

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu bagian yang penting dalam bidang ilmu pengetahuan. Apabila dilihat dari sudut pengklasifikasian bidang ilmu pengetahuan, matematika termasuk ke dalam ilmu-ilmu eksakta yang lebih banyak memerlukan pemahaman daripada hapalan. Untuk dapat memahami suatu pokok bahasan dalam matematika, siswa/mahasiswa tidak cukup dengan mengingat atau menghafal tetapi harus mampu memahami konsep-konsep tersebut untuk memecahkan masalah yang dihadapinya.

Matematika mempunyai ciri-ciri khusus, sehingga pembelajaran matematika perlu ditangani secara khusus pula. Salah satu ciri khusus matematika adalah sifatnya yang menekankan pada proses deduktif yang memerlukan penalaran logis dan aksiomatik. Demikian pula, matematika sebagai proses yang aktif, dinamik, dan generatif melalui kegiatan matematika (*doing math*), memberikan sumbangan yang penting kepada siswa/mahasiswa dalam pengembangan kemampuan berpikir, bersikap objektif, dan terbuka dalam menghadapi berbagai permasalahan.

Ruseffendi (1991) menyatakan bahwa matematika timbul karena pikiran-pikiran yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran. Proses tersebut memberikan suatu gambaran bahwa kegiatan berpikir memerlukan pemahaman terhadap masalah yang berhubungan dengan materi yang sedang dipikirkan dan kemampuan dalam bernalar.

Matematika juga merupakan ilmu struktur yang terorganisasi dan bersifat hirarki. Artinya matematika dibangun mulai dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur-unsur yang didefinisikan, aksioma/postulat, dan teorema/dalil. Selain itu, untuk memahami suatu konsep atau untuk mempelajari suatu topik dalam matematika tidak dapat sembarangan tetapi ada prasyarat. Contoh: untuk memahami konsep perkalian dalam bilangan asli, siswa harus memahami dulu konsep penjumlahan. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan

memahami konsep sebelumnya dalam hal ini kemampuan awal diperlukan dalam mempelajari konsep berikutnya sehingga kemampuan awal matematis mahasiswa sangat diperlukan dan akan mempengaruhi dalam mempelajari konsep berikutnya.

Secara empirik ditemukan bahwa siswa-siswa sekolah menengah bahkan mahasiswa di perguruan tinggi mengalami kesukaran dalam menggunakan strategi dan konsistensi penalaran logika (Matlin, 2003). Artinya, banyak siswa/mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah matematika diantaranya: menghubungkan pengetahuan awal (konsep yang telah dipelajari) dengan masalah yang dihadapi, mencari strategi/cara menyelesaikan dan memberikan alasan yang logis terhadap jawaban yang diberikan sehingga banyak orang yang menganggap bahwa matematika adalah pelajaran yang sukar. Berkenaan dengan hal itu, Ruseffendi (1991) menyatakan bahwa “terdapat banyak anak yang setelah belajar matematika bagian yang sederhana pun banyak yang tidak dipahaminya, banyak konsep yang dipahami secara keliru. Matematika dianggap sebagai ilmu yang sukar, ruwet dan banyak memperdayakan”. Hal ini membuktikan bahwa banyak anak yang mengalami kesulitan dalam belajar matematika, karena kebanyakan dari mereka bukan memahami konsepnya melainkan menghafalnya.

Disadari atau tidak, matematika telah memegang peranan yang sangat penting dalam kehidupan. Matematika telah memberikan kontribusi mulai dari hal yang sederhana seperti perhitungan dasar (*basic calculation*) dalam kehidupan sehari-hari sampai hal yang kompleks dan abstrak seperti penerapan analisis numerik dalam bidang teknik dan sebagainya.

Tentu saja untuk dapat melakukan semua itu diperlukan pemikir-pemikir yang kompeten yaitu, pemikir yang mampu menguasai dunia ilmu pengetahuan dan mampu berpikir matematik tingkat tinggi (*High Order Mathematical Thinking*); pemikir yang mampu berpikir kritis, logis, sistematis dalam memecahkan persoalan yang dihadapi; pemikir yang mampu mengkomunikasikan pemikirannya, mampu mengkoneksikan ide-ide dalam keilmuannya sendiri ataupun dengan bidang lain, serta mampu bernalar dengan baik dalam menarik kesimpulan yang tepat dalam menyelesaikan persoalan. Kemampuan-kemampuan

tersebut diperlukan dalam memecahkan masalah yang dihadapi di dalam kehidupan.

Selain dari itu, pemecahan masalah merupakan bagian penting dari perilaku intelektual individu. Sebagai contoh, pengambilan keputusan yang tepat dalam masalah yang cukup kritis merupakan suatu perilaku intelektual. Proses pengambilan keputusan ini tidaklah mudah, memerlukan strategi yang cocok. Menentukan strategi yang cocok inilah merupakan langkah pemecahan masalah. Dengan demikian pemecahan masalah sangat penting dalam menentukan perilaku intelektual.

Perilaku intelektual mempengaruhi sikap yang dilakukan oleh seorang individu, termasuk sikap dalam mengatasi suatu permasalahan yang dihadapi. Individu yang memiliki suatu permasalahan sebaiknya segera menyelesaikan permasalahan yang dihadapinya, karena pada dasarnya seseorang yang punya suatu permasalahan ingin segera keluar dari permasalahan yang menghadangnya terlepas dari dapat atau tidaknya seseorang tersebut menyelesaikan masalah. Hal ini karena masalah adalah sesuatu yang harus segera dicarikan solusinya sebelum masalah lain datang.

Masalah-masalah yang muncul mungkin berkaitan dengan kehidupan sehari-hari (*real world*), mungkin juga berkaitan dengan bidang disiplin ilmu, baik dalam bidang matematika itu sendiri maupun dalam bidang lainnya seperti fisika, kimia, biologi, dan sebagainya. Beberapa permasalahan yang muncul tersebut mungkin saja dapat diusahakan penyelesaiannya oleh seseorang yang memiliki minat yang tinggi untuk menyelesaikan dan memiliki kemampuan pemecahan masalah yang baik.

Dalam Kurikulum tahun 2004, 2006, dan 2013 dinyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan salah satu bagian dari standar kompetensi – bagian dari kecakapan atau kemahiran matematikayang diharapkan. Oleh karenanya diharapkan siswa dapat menunjukkan kemampuan strategik dalam membuat atau merumuskan, menafsirkan, dan menyelesaikan model matematika dalam pemecahan masalah. Hal ini jelas bahwa Kurikulum 2004, 2006, dan 2013 menekankan pada pemecahan masalah sebagai salah satu standar yang harus

dimiliki siswa. Dalam NCTM, dinyatakan bahwa pemecahan masalah matematika dalam pengertian yang lebih luas hampir sama dengan “bermatematika” – melakukan matematika (*doing mathematics*) (NCTM, 1989). Menurut standar NCTM tahun 2000, pemecahan masalah merupakan esensi dari daya matematik (*mathematical power*).

Untuk mendukung kemampuan pemecahan masalah ini tentu siswa harus dapat memahami konsep yang berkaitan dalam permasalahan yang akan dipecahkan. Pemahaman akan konsep menjadi modal yang cukup penting dalam melakukan pemecahan masalah, karena dalam menentukan strategi pemecahan masalah diperlukan penguasaan konsep yang mendasari permasalahan tersebut. Hal senada mengenai pentingnya pemahaman konsep ini disampaikan pula oleh Wahyudin (2003) dan Sumarmo (2004).

Lebih jauh, Sumarmo (2004) mengemukakan bahwa visi pengembangan pembelajaran matematika untuk memenuhi kebutuhan masa kini, mengarahkan pembelajaran matematika untuk pemahaman konsep/prinsip matematika yang kemudian diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika serta masalah ilmu pengetahuan lainnya. Untuk mencapai hasil yang maksimal dalam kemampuan pemecahan masalah, siswa tidak hanya harus memiliki pemahaman konsep matematika yang kuat, tetapi ia juga harus mampu memberikan alasan secara matematik.

Berdasarkan pengamatan di kelas, Hafriani (2004) dan Firdaus (2004) menemukan suatu kondisi objektif yang memperlihatkan bahwa kemampuan pemecahan masalah secara keseluruhan belum mencapai hasil yang memuaskan. Kemampuan siswa dalam pemecahan masalah matematika masih kurang maksimal terutama dalam pokok bahasan yang dianggap sulit oleh siswa.

Kurang memuaskannya kemampuan pemecahan masalah ini mungkin berkaitan erat dengan pemahaman konsep yang dimiliki siswa. Siswa mungkin memahami konsep tetapi ia lemah dalam menemukan ide-ide untuk pemecahan masalah, atau sebaliknya ia punya ide-ide pemecahan masalah akan tetapi pemahaman konsepnya kurang, atau bahkan kedua-duanya kurang. Oleh karena

itu pemahaman konsep juga merupakan bagian penting dalam pemecahan masalah.

Kajian atau penelitian tentang kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah di Indonesia masih sangat jarang dilakukan. Adapun penelitian yang rutin dilakukan untuk skala internasional, seperti yang dilakukan oleh *Trends International Mathematics and Science Study* (TIMSS) dan *Programme for International Student Assessment* (PISA).

Menurut hasil survey dari TIMSS pada tahun 2011 menunjukkan peringkat anak-anak Indonesia bertengger di posisi 38 dari 42 negara untuk prestasi matematika, dan menduduki posisi 40 dari 42 negara untuk prestasi Sains. Rata-rata skor prestasi matematika dan sains berturut-turut adalah 386 dan 406, masih berada jauh di bawah skor rata-rata internasional.

Hasil yang tidak jauh berbeda dengan TIMSS, pada hasil PISA tahun 2012 kemampuan anak Indonesia yang berusia 15 tahun dibidang matematika, sains dan membaca masih rendah yaitu berada pada peringkat 64 dari 65 Negara. Indonesia hanya sedikit lebih baik dari Peru yang berada di ranking terbawah. Rata-rata skor matematika anak-anak Indonesia adalah 375, rata-rata skor membaca 386 dan rata-rata skor untuk sains 382. Aspek yang dinilai adalah kemampuan siswa dalam berpikir matematik tingkat tinggi. Hasil TIMSS dan PISA ini hanya menggambarkan siswa Indonesia secara umum, belum memetakan bagaimana kondisi kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah di Indonesia.

Berdasarkan hal-hal yang telah disebutkan di atas dapat dikatakan bahwa begitu pentingnya kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut dikuasai. Akan tetapi, di sisi lain kemampuan siswa dalam pemecahan masalah matematika ini masih kurang memuaskan. Oleh karena itu, perlu dipikirkan upaya untuk meningkatkan kemampuan ini. Untuk mengetahui upaya apa yang dapat dilakukan untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematik ini perlu dilakukan pemetaan kemampuan-kemampuan matematik tersebut, kemudian dianalisis sehingga dapat dicari solusi untuk meningkatkannya.

B. Permasalahan Penelitian

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, maka terdapat beberapa permasalahan penelitian yang dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah di Indonesia secara keseluruhan dan tiap aspek?
2. Bagaimana mendesain pembelajaran yang mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah di Indonesia ?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan penelitian yang dirumuskan maka tujuan dilakukannya penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji kemampuan matematik tingkat tinggi siswa secara keseluruhan dan tiap aspek.
2. Mendesain pembelajaran yang mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat diantaranya adalah:

1. Untuk menganalisis kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa dan mengetahui faktor-faktor yang menjadi kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang mengukur kemampuan tersebut.
2. Agar guru dalam melakukan proses kegiatan belajar mengajar, khususnya mata pelajaran matematika lebih mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa sehingga siswa terbiasa menyelesaikan soal-soal tersebut.
3. Sebagai bahan informasi bagi guru untuk memperbaiki pembelajarannya, dalam rangka mengembangkankemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa, sehingga dapat memilih strategi, model, atau pendekatan yang tepat untuk mengmbangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut.

4. Agar menjadi kontribusi kepada semua pihak yang bertanggung jawab dalam aspek pembelajaran matematika.

BAB II

KAJIAN TEORI DAN LITERATURE REVIEW

A. Kajian Teori

Menghadapi masa depan yang penuh dengan persaingan dan tantangan, diperlukan kecakapan dan keterampilan tertentu untuk dapat mengatasi problematika dan dinamika zaman yang terus berkembang. Permasalahan yang terus berdatangan dalam kehidupan perlu disikapi secara cermat, efektif, dan efisien agar diperoleh solusi yang optimal. Untuk mengatasinya diperlukan kemampuan berpikir yang logis, rasional, sistematis, kritis, dan kreatif yang mampu memecahkan permasalahan.

Tidak dapat dipungkiri bahwa matematika sangat berkaitan erat dengan fenomena kehidupan, mulai dari fenomena yang sederhana sampai fenomena yang kompleks. Penguasaan matematika sangat diperlukan dalam kehidupan. Penguasaan matematika ini meliputi kemampuan memahami isi (*content*) matematika itu sendiri, memahami kaitan antar konsep matematika (*mathematical connection*), mengemukakan ide matematika kedalam bahasanya (*mathematical communication*), serta menyusun model matematika dalam menyelesaikan permasalahan (*mathematical problem solving*).

Oleh karena itu, karakteristik kemampuan matematika yang akan dikembangkan adalah aspek-aspek yang meliputi kemampuan komunikasi matematik, penalaran matematik, dan pemecahan masalah matematik.

1. Komunikasi Matematik

Komunikasi dalam matematika atau komunikasi matematik merupakan suatu aktivitas baik fisik maupun mental dalam mendengarkan, membaca, menulis, berbicara, merefleksikan dan mendemonstrasikan, serta menggunakan bahasa dan simbol untuk mengkomunikasikan gagasan-gagasan matematika.

Menurut Satriawati (2006) mengemukakan bahwa komunikasi adalah sebuah cara berbagi ide-ide dan memperjelas pemahaman, maka melalui komunikasi ide-ide direfleksikan, diperbaiki, didiskusikan, dan diubah. Secara

umum komunikasi dipahami sebagai suatu bentuk aktivitas penyampaian informasi dalam suatu komunitas tertentu. Komunikasi dapat terjadi dalam satu arah, yaitu dari penyampai pesan kepada penerima pesan. Pada aktivitas komunikasi seperti ini bisa terdapat banyak penyampaian dan penerima pesan, sehingga komunikasi ini merupakan aktivitas berbagi ide dan gagasan, curah pendapat, sumbang saran dan kerjasama dalam kelompok. Aktivitas semacam ini dapat mengasah kemampuan berkomunikasi atau kemampuan menyampaikan pemikiran tentang sesuatu hal bagi para pesertanya. Khususnya komunikasi dalam matematika adalah suatu aktivitas penyampaian dan atau penerimaan gagasan-gagasan matematika dalam bahasa matematika.

Wahyudin (2006: 38) mengemukakan bahwa komunikasi adalah bagian yang esensial dalam belajar matematika, dan merupakan berbagai cara berbagi gagasan dan mengklarifikasi pemahaman. Melalui komunikasi, gagasan menjadi objek-objek refleksi, penghalusan, diskusi, dan perombakan. Dengan komunikasi siswa dapat mengeluarkan ide-ide melalui interaksi antara siswa dengan siswa atau siswa dengan guru. Dalam berinteraksi siswa juga dapat mengembangkan, mempertajam, dan menghubungkan ide-ide dari berbagai pendapat siswa.

Wardani (2008: 2) berpendapat bahwa kemampuan komunikasi merupakan salah satu tujuan Standar Isi (SI) Mata Pelajaran Matematika untuk semua jenjang pendidikan dasar dan menengah, diantaranya:

- 1) *Memahami konsep matematika*, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.
- 2) *Menggunakan penalaran* pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
- 3) *Memecahkan masalah* yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
- 4) *Mengkomunikasikan gagasan* dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

- 5) *Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memilikirasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.*

Sementara itu, Shadiq (2009) berpendapat bahwa komunikasi matematik merupakan suatu kegiatan yang terjadi dalam lingkungan pengalihan pesan matematik. Dalam hal ini, pesan berupa materi matematika dan cara pengalihannya dapat berupa lisan maupun tulisan. Cockroft menyatakan bahwa: *“We believe that all this perceptions of the usefulness of mathematics arise from the fact that mathematics provide a means of communication which is powerful, concise, and unambiguous.”* Pernyataan ini menunjukkan tentang perlunya para siswa belajar matematika dengan alasan bahwa matematika merupakan alat komunikasi yang sangat kuat, teliti, dan tidak membingungkan.

Seorang siswa disamping mampu bernalar dan memecahkan masalah dengan baik sebagai suatu kegiatan atau aktivitas berpikir, maka ia harus mampu mengkomunikasikan kemampuan tersebut secara nyata dalam bentuk lisan dan tertulis. Dengan demikian siswa dikatakan mampu dalam komunikasi secara matematik bila ia mampu mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

Hal ini sejalan dengan yang dikemukakan Sumarmo(2010: 6) menyatakan bahwa kegiatan yang tergolong pada komunikasi matematik di antaranya adalah:

- a. Menyatakan suatu situasi, gambar, diagram, atau benda nyata ke dalam bahasa, simbol, ide, atau model matematik.
- b. Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan.
- c. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
- d. Membaca dengan pemahaman suatu representasi matematika tertulis.
- e. Menggunakan kembali suatu uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri.

Berkaitan dengan peningkatan kemampuan komunikasi, NCTM menyatakan bahwa program pembelajaran dari TK sampai kelas 12 hendaknya memungkinkan siswa untuk:

- a. Mengorganisasi dan mengkonsolidasi pikiran matematika mereka melalui komunikasi (*Organize and consolidate their mathematical thinking through communication*).
- b. Mengkomunikasikan pikiran matematika mereka secara logis dan jelas kepada teman, guru, ataupun orang lain (*Communicate their mathematical thinking coherently and clearly to peers, teachers, and others*).
- c. Menganalisis dan mengevaluasi pikiran matematika dan strategi yang digunakan orang lain (*Analyze and evaluate the mathematical thinking and strategies of others*).
- d. Menggunakan bahasa matematika untuk menyatakan ide-ide matematika secara tepat (*Use the language of mathematics to express mathematical ideas precisely*).

Baroody berpendapat bahwa pembelajaran harus dapat membantu siswa mengkomunikasikan ide matematika melalui lima aspek komunikasi, yaitu *representing, listening, reading, discussing*, dan *writing*.

1) Representasi (*Representing*)

Siswa menunjukkan kembali suatu idea atau masalah dalam bentuk konkret. Misalnya, representasi bentuk perkalian ke dalam beberapa model konkret.

2) Mendengar (*Listening*)

Siswa dapat menangkap suara dengan telinga kemudian memberi respon terhadap apa yang didengar. Siswa akan mampu memberikan respon atau komentar dengan baik apabila dapat mengambil inti pembicaraan diskusi di kelas.

3) Membaca (*Reading*)

Membaca menyangkut persepsi visual dari simbol yang ditulis dan mentransformasikan simbol itu secara lisan baik eksplisit maupun implisit.

4) Berdiskusi (*Discussing*)

Merupakan kegiatan pertukaran pemikiran mengenai suatu masalah. Siswa dikatakan mampu berdiskusi dengan baik apabila mempunyai kemampuan membaca, mendengar dan keberanian.

5) Menulis (*Writing*)

Kegiatan menulis matematika lebih ditekankan pada mengekspresikan ide-ide matematika.

Dari beberapa pendapat di atas maka dapat disimpulkan bahwa komunikasi matematik merupakan bagian essensial dari matematika, komunikasi matematik bisa dijadikan sebagai bahasa dan sebagai aktivitas sosial. Komunikasi matematik adalah suatu aktivitas penyampaian atau penerimaan ide-ide matematika untuk memperjelas pemahaman dalam bahasa matematika baik dalam bentuk lisan maupun tulisan. Kemampuan komunikasi matematik yang dimaksud adalah menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa matematika, membuat konjektur matematika, dan berdiskusi tentang ide-ide matematika. Melalui komunikasi matematik ide-ide direfleksikan, diperbaiki, didiskusikan, dan diubah. Sehingga komunikasi matematik dapat membantu memperjelas suatu pemahaman secara nyata dalam bentuk lisan maupun tulisan.

Indikator komunikasi matematis menurut NCTM, dapat dilihat dari:(1) Kemampuan mengekspresikan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, dan mendemonstrasikannya serta menggambarannya secara visual; (2) Kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan, tulisan, maupun dalam bentuk visual lainnya; (3) Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, notasi-notasi matematika dan struktur-strukturnya untuk menyajikan ide-ide, menggambarakan hubungan-hubungan dengan model-model situasi.

Menurut Sumarmo (2010) komunikasi matematis meliputi kemampuan siswa:(1) menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam idea matematika; (2) menjelaskan idea, situasi dan relasi matematik secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar; (3) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbul matematika; (4) mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika; (5) membaca dengan pemahaman atau presentasi matematika tertulis; (6) membuat konjektur, menyusun argument, merumuskan definisi dan generalisasi; (7) menjelaskan dan membuat pertanyaan tentang matematika yang telah dipelajari.

Menurut Sudrajat kemampuan komunikasi matematik merupakan kemampuan yang dapat menyertakan dan memuat berbagai kesempatan untuk berkomunikasi dalam bentuk: (1) merefleksikan benda-benda nyata, gambar atau ide-ide matematika, (2) membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode oral/lisan, tertulis konkrit, grafik, dan aljabar, (3) menggunakan keahlian membaca, menulis, dan menelaah untuk menginterpretasi dan mengevaluasi ide-ide, simbol, istilah serta informasi matematika, (4) merespon suatu pernyataan/persoalan dalam bentuk argumen yang meyakinkan.

Dalam NCTM (1989) beberapa indikator komunikasi matematik diantaranya adalah mengungkapkan gagasan matematika secara lisan dan tulisan, merumuskan definisi matematik dan mengekspresikan generalisasi yang ditemukan melalui pengamatan, serta merefleksikan dan menjelaskan pemikiran mengenai gagasan matematik dan hubungan-hubungannya.

Berkaitan dengan komunikasi matematik atau komunikasi dalam matematika ini, Sumarmo (2014) memberikan indikator-indikator yang lebih rinci, yaitu:

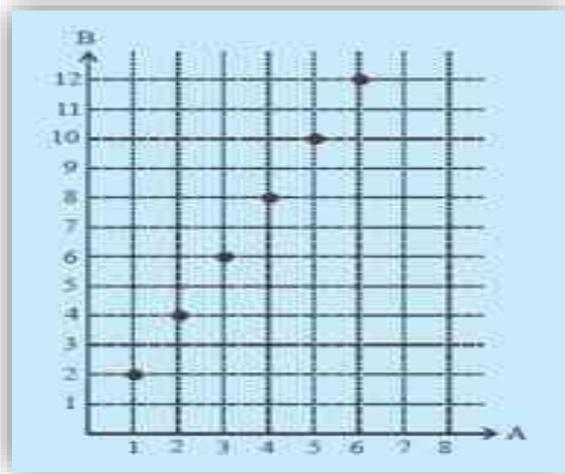
1. Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.
2. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik, secara lisan atau tulisan, dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar.
3. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika
4. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
5. Membaca presentasi matematika tertulis dan menyusun pernyataan yang relevan
6. Membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi.

Sebagai ilustrasi, contoh pertanyaan mengenai komunikasi matematik adalah seperti di bawah ini:

- 1) Siswa SMAN 1 terdiri dari beberapa suku. 20% berasal dari Suku Jawa, 50% SukuSunda, 15% Suku Minang, dan sisanya Suku Batak. Gambarkan data di

atas dalam bentuk matematika yang mudah dibaca. Jelaskan bentuk matematika apa yang kamu pilih, dan mengapa bentuk itu yang dipilih?

- 2) Buatlah suatu ilustrasi cerita berdasarkan gambar dibawah ini! Kemudian kamu buat satu pertanyaan berdasarkan ilustrasi tersebut !



- 3) Sebuah rumah mempunyai bak penampungan air yang terletak di halaman depan. Pada suatu hari air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air di bak mandi bergantung pada waktu alir dan membentuk fungsi linear. Setelah air mengalir selama 2 menit, volume air yang tertampung di bak mandi sebanyak 12 liter, dan setelah menit ke-5, volume air di bak menjadi 27 liter.
- Tentukan bentuk fungsi volume air terhadap waktu alir! (waktu alir merupakan variabel bebas)
 - Nyatakanlah arti bentuk fungsi dari cerita tersebut dengan kata-katamu sendiri!
 - Bila volume bak mandi 72 liter, berapakah waktu yang diperlukan untuk mengalirkan air hingga bak mandi penuh? Jelaskan caramu!
- 4) Diketahui fungsi $f(x) = 2x$ dan $h(x) = 3 - 2x$,
- Buatlah tabel fungsi untuk kedua fungsi tersebut dari himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ke himpunan bilangan cacah!
 - Jelaskan perubahan nilai fungsi tersebut dengan menyelidiki perubahan nilai x dan y !

- 5) Mirand mempunyai hobi mengoleksi berbagai jenis bunga. Suatu hari ia membeli bibit bunga mawar. Tinggi tanaman tersebut saat dibeli adalah 12cm. Mirand merawatnya dengan baik, ia mengamati pertumbuhan bunga tersebut setiap minggu. Pertumbuhan bunga mawar setiap minggunya dinyatakan dengan fungsi $f(x) = 12x + 5$.
- Buatlah tabel fungsi dari cerita tersebut jika Mirand mengamati pada minggu pertama sampai minggu keempat!
 - Gambarkanlah pertumbuhan bunga mawar tersebut dalam grafik fungsi pada koordinat *Cartesius*.

2. Penalaran Matematik

Istilah penalaran sebagai terjemahan dari “*reasoning*” yang didefinisikan sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan (Shurter dan Pierce dalam Soemarmo, 1987: 31), pentransformasian yang diberikan dalam urutan tertentu untuk menjangkau kesimpulan (Galloti dalam Matlin, 1994).

Secara garis besar penalaran dibagi ke dalam dua jenis, yaitu:

1. Penalaran Induktif

Penalaran induktif adalah suatu proses berpikir yang berupa penarikan kesimpulan umum (berlaku untuk semua/banyak) atas dasar pengetahuan tentang hal yang khusus (fakta). Artinya dari fakta-fakta diturunkan suatu kesimpulan. Penalaran induktif melibatkan tentang keteraturan, misalnya kesamaan dari contoh-contoh yang berbeda atau kesamaan pola gambar. Penalaran induktif juga dapat dilakukan dalam kegiatan nyata, contohnya melalui suatu permainan atau melakukan sesuatu secara terbatas dengan mencoba-coba, contohnya pada permainan menara hanoi. Oleh karena itu, penalaran induktif merupakan proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus individual nyata menjadi kesimpulan yang bersifat umum.

Kesimpulan umum dari suatu penalaran induktif tidak merupakan bukti. Hal tersebut dapat dipahami karena aturan umum yang diperoleh

ditarik dari pemeriksaan beberapa contoh kasus yang benar, tetapi belum tentu berlaku untuk semua kasus. Kesimpulan tersebut boleh jadi valid (sah) pada contoh yang diperiksa, tetapi bisa jadi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh. Dengan demikian dalam penalaran induktif dapat dihasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi.

2. Penalaran Deduktif

Deduktif atau deduksi adalah salah satu bentuk pemikiran yang biasanya digunakan untuk menentukan pernyataan-pernyataan yang terungkap atau bisa juga untuk menyatakan ide yang sama dengan bentuk sebaliknya. Ini adalah bentuk pemikiran yang kesimpulannya muncul secara signifikan setelah ada pernyataan-pernyataan. Pernyataan dalam pemikiran tersebut disebut premis-premis. Jika hubungan antara premis-premis menghasilkan kesimpulan (konklusi) maka hubungan tersebut dikatakan valid/sah. Validitas suatu kesimpulan timbul dari bentuk argumen dan bukan dari kebenaran premis-premis. Argumen deduksi disebut valid/sah, bila premis-premisnya benar maka kesimpulannya benar dan bila premisnya salah maka kesimpulannya salah.

Bukti deduktif dapat menentukan apakah suatu konjektur yang ditarik melalui intuisi atau induktif secara logis konsisten dan apakah itu hanya untuk kasus-kasus tertentu atau kasus yang lebih umum. Meskipun demikian, penalaran deduktif memiliki keterbatasan.

Penalaran deduktif menjamin kesimpulan yang benar jika premis dari argumennya benar, dan argumennya valid (logis). Namun demikian, boleh jadi benar hanya dalam situasi tertentu.

Salah satu tujuan pembelajaran adalah untuk membantu siswa agar mempunyai keterampilan penalaran induktif dan deduktif baik secara individu maupun kelompok dalam bidang matematika. Seorang matematikawan atau siswa yang mengerjakan matematika sering membuat

suatu konjektur dengan menggeneralisasikan suatu pola dari pengamatan terhadap kasus-kasus khusus (penalaran induktif), selanjutnya konjektur ini diuji dengan membangun sebuah pembuktian yang logis atau pembuktian dengan *counter example* (penalaran deduktif). Dengan aktivitas ini diharapkan para siswa dapat memahami peran kedua bentuk penalaran tersebut baik dalam matematika maupun dalam situasi-situasi di luar matematika.

Menurut NCTM, standar penalaran yang harus dikuasai siswa sekolah menengah antara lain:

1. Mengingat dan menggunakan penalaran deduktif dan induktif.
2. Memahami dan menggunakan proses penalaran dengan perhatian tertentu untuk penalaran spasial (tilikan ruang) dan penalaran dengan proporsi dan grafik.
3. Membuat dan mengevaluasi konjektur dan argumen matematik.
4. Memvalidasi berpikir mereka sendiri.
5. Menyadari kegunaan dan kekuatan penalaran sebagai bagian dari matematika.

Sejalan dengan hal tersebut Soemarmo (1987) menyatakan, hendaknya guru berusaha agar siswa tidak hanya terampil mengaplikasikan konsep atau rumus saja, tetapi lebih didorong kearah pencapaian tingkat penalaran yang lebih tinggi. Contoh soal yang beragam, tidak rutin, dan contoh soal aplikasi konsep atau rumus dalam konsep matematika lain atau bidang studi lain akan membantu siswa memahami inter relasi konsep-konsep.

Menurut Glade dan Citron (Dahlan, 2004: 43), terdapat enam keterampilan bernalar yang dapat dikembangkan dalam proses mental, yaitu:

- a. *Thing-making*, yaitu pengamatan dan proses identifikasi sesuatu melalui nama sebuah kata (*word names*), simbol, atau bayangan mental (*mental images*). Contohnya kata “bank”. Kata “bank” menurut struktur dan indentifikasi kita tempat menyimpan uang, tetapi kita

dapat mengidentifikasi bahwa kata itu dapat berupa “bank” suatu pinggir sungai atau dapat juga sebagai *skull-and-crossbone* yang jadi simbol bahaya. Keterampilan ini didasarkan atas pengembangan perbendaharaan kata (*vocabulary*), penyimpulan pada konteks, dan semua komunikasi interaksi yang terjadi karena hal tersebut tergantung pada referensi kata-kata, pengetahuan, dan asosiasi seseorang.

- b. *Qualification*, yaitu penganalisisan karakteristik sesuatu. Contohnya penganalisisan yang menetapkan bahwa sebuah pulpen panjangnya 6 inchi, berbentuk silinder, halus atau licin, mudah digunakan dan menghasilkan warna tinta yang biru. Orang Amerika mencirikannya sebagai demokratis, besar, dan kuat. Dari hal tersebut, akan lebih baik apabila kita memperhatikan karakteristiknya, lebih baik kita memahaminya, mencocokkannya untuk suatu keinginan, membandingkan dan mengkontraskannya dengan yang lain dan mengubah atau mengembangkannya secara kreatif.
- c. *Classification*, yaitu pengaturan sesuatu ke dalam kelompok berdasarkan karakteristik yang mirip. Contohnya pengklasifikasian kata alat tulis “pen” dengan pensil, mesin tik, dan program pengolah kata (MS.Word, WS, dan lain-lain) sebagai alat tulis; pengelompokan Amerika dengan Inggris dan Prancis sebagai negara Barat; pengelompokan pernyataan khusus dibawah suatu pemikiran dan ide umum. Lebih baik kita mengklasifikasi, lebih baik kita mengatur sebarang kumpulan data dan fakta dari konsep yang umum kemudian menalarnya dengan logika silogistik.
- d. *Structure Analysis*, yaitu menganalisis dan menciptakan suatu keterhubungan (*relationship*). Contohnya menganalisis kursi berdasarkan struktur wujudnya yang tersusun dan didefinisikan sebagai sesuatu yang mempunyai sandaran, dua buah pegangan, dan empat kaki; suatu sel kering yang berongga, elektroda unsur seng, dan elektroda tembaga; sesuatu yang mudah untuk diciptakan dengan pengurutan paragraf masing-masing (*individual*). Kelengkapan

penganalisaan dan penciptaan bagian-bagian yang berhubungan atas bagian-bagian yang ditopang oleh sesuatu komposisi dan struktur secara menyeluruh, memunculkan hal-hal yang pokok, dan membangun kemampuan penalaran spatial.

- e. *Operation Analysis*, yaitu pengurutan (*sequencing*) sesuatu, hal, atau pikiran-pikiran ke dalam urutan secara logis. Contohnya pengurutan orang dari yang tinggi ke yang pendek, pengurutan kriteria dari sangat penting ke yang kurang penting, perencanaan langkah-langkah untuk suatu percobaan dan menyelesaikan masalah. Lebih logis kita mengurutkan sesuatu, lebih baik kita memahami sederetan dari semua tipe, mengikuti langkah-langkah sebarang proses, mengidentifikasi hubungan sebab akibat, dan membuat rencana serta prediksinya.
- f. *Seeing Analogies*, yaitu pengenalan hubungan-hubungan yang sama. Contohnya pengenalan bahwa seorang penulis menggunakan sebuah “pen” sebagai seorang pelukis yang menggunakan kuas cat. Keterampilan ini merupakan aplikasi dari informasi yang dihasilkan oleh semua keterampilan berfikir yang lain. Keterampilan ini merupakan dasar untuk pemberian wawasan dalam pemecahan masalah ketika kita mengingat masalah yang sama, sebagai metaphor yang lengkap ketika kita ingat akan gambaran sejenis dan untuk memahami konsep ratio dan perbandingan pada matematika

Dalam pembelajaran penalaran, Glade dan Citron juga memberikan 4 tahapan program pembelajaran penalaran yang terlihat pada Diagram 2.1.

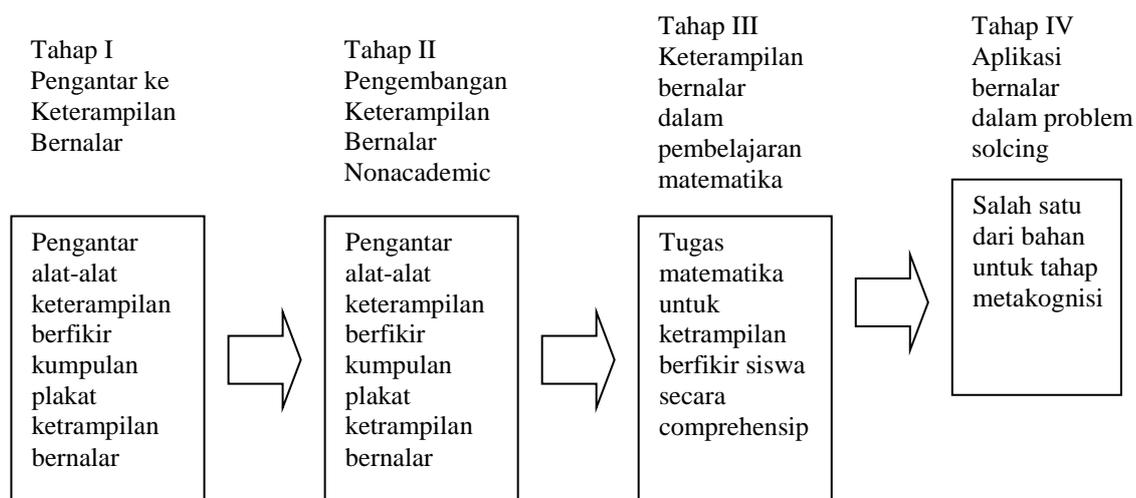


Diagram 2.1

Tahapan Pembelajaran Untuk Penalaran Matematis

Tahap1. Tahap ini bertujuan untuk membangun kemampuan metakognisi dengan pengembangan pengetahuan anak dari enam dasar keterampilan berpikir dan bagaimana mereka menggunakan keterampilan tersebut untuk berkomunikasi, belajar, menalar dan menyelesaikan masalah. Fokus pada tahap ini adalah membangun kesadaran siswa sehingga proses berpikir siswa secara sistematis turut serta menggunakan enam keterampilan berpikir dan juga mereka dapat belajar untuk menjadi pemikir yang baik.

Tahap 2. Tahap ini bertujuan untuk meningkatkan level dari kecakapan kognisis siswa melalui pelatihan dalam setiap enam dasar kemampuan berpikir sebagai alat untuk berkomunikasi, belajar, bernalar, dan memecahkan masalah. Fokusnya adalah pengembangan kemampuan siswa sehingga melakukan setiap enam kemampuan berpikir ketika dia menyelesaikan suatu masalah.

Tahap 3. Tahap ini bertujuan mengembangkan siswa untuk mentransfer dan menggunakan ketrampilan berpikir anak untuk belajar, memahami, menganalisis, berkomunikasi dan memecahkan

masalah secara sadar. Karena kesadaran penggunaan dan pentranfseran ketrampilan berpikir untuk mempelajari teori tidak muncul secara intuitif atau otomatis, maka perlu dikembangkan aspek materi untuk strategi penalarannya.

Tahap 4. Tahap ini sebagai refleksi sejauh mana kemampuan berpikir anak dapat diaplikasikan dalam menganalisis, memahami, mengkomunikasikan pemecahan masalah baik yang berkaitan dengan konsep matematika masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Penalaran induktif diantaranya adalah analogi, generalisasi, dan prediksi. Penalaran analogi merupakan penarikan kesimpulan berdasarkan sifat yang serupa. Generalisasi merupakan penarikan kesimpulan umum berdasarkan pola atau aturan yang ditemukan dari pengamatan. Mengenai pentingnya penalaran (*reasoning*) ini, Raimi (2002) mengatakan bahwa memiliki kemampuan penalaran matematik sangat penting sekali. Orang tidak lepas dari kesulitan dan ingin segera keluar dari kesulitan itu. Salah satu faktor untuk mengatasi permasalahan adalah kemampuan penalaran matematik. Menurut Raimi (2002) orang yang tidak memiliki penalaran matematik dikatakan orang tersebut akan sulit terbebas dari masalah.

Beberapa indikator mengenai penalaran matematik atau penalaran dalam matematika dalam istilah yang dinyatakan Sumarmo (2003, 2004) adalah sebagai berikut:

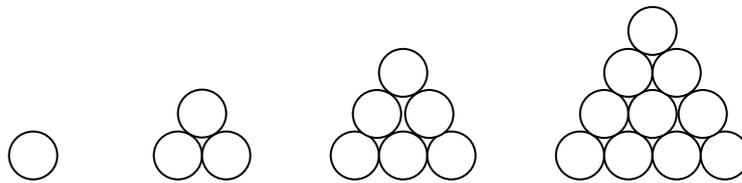
1. Menarik kesimpulan logik
2. Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat, dan hubungan
3. Memperkirakan jawaban dan proses solusi
4. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, menarik analogi dan generalisasi.
5. Menyusun dan menguji konjektur
6. Memberikan lawan contoh (*counter examples*)

7. Menyusun argumen yang valid
8. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung, dan induksi matematika

Sebagai ilustrasi, diberikan contoh pertanyaan mengenai penalaran analogi dan generalisasi (dimodifikasi dari Sumarmo, 2003) sebagai berikut:

Generalisasi:

Perhatikan pola di bawah ini:

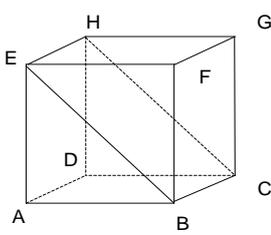


Pola ke:	1	2	3	4	dst.
Banyak:	1	3	?	?	

Berapa banyak bola pada pola ke- n ? Tuliskan bentuk umumnya! Bagaimana cara mencarinya?

Contoh tes mengukur kemampuan penalaran analogi matematik siswa SMA

Perhatikan gambar kubus di bawah ini!

 <p>Kedudukan garis BE dengan garis GH pada kubus ABCD.EFGH di atas,</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">Serupa dengan</div> 	<p>Kedudukan antara garis yang mempunyai persamaan $2x - 3y = 5$ dengan garis yang mempunyai persamaan</p> <p>A. $3x - 2y = -5$</p> <p>B. $3y = 2x + 10$</p> <p>C. $2x = 3y + 5$</p> <p>D. $2x + 3y = 10$</p>
---	--	--

Berikan penjelasan tentang keserupaan konsep dalam soal di atas.

Contoh tes mengukur kemampuan analogi siswa SMA (Permana, 2004)

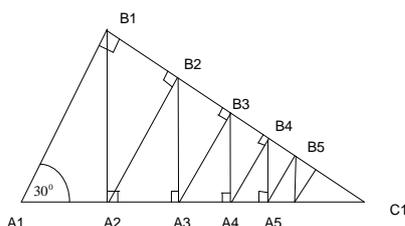
Dari Jakarta ke Bandung ada dua rute perjalanan bis, dan dari Bandung ke Semarang ada tiga rute bis. Relasi antara banyaknya rute bis dari Jakarta ke Semarang melalui Bandung dengan bilangan 6,

Serupa dengan Relasi antara banyaknya pasangan celana panjang dan kemeja (putih, biru, dan hitam) dan dua kemeja berwarna (kuning dan merah) dan bilangan :

- a. 2 b. 3 c. 5 d. 6 e. 8

Contoh tes mengukur kemampuan penalaran generalisasi untuk siswa SMA,
(Syaban, 2008).

Perhatikan gambar di bawah ini



Dari gambar di atas diketahui panjang $A_1 B_1 = 10$ cm. Tentukan jumlah panjang garis $A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + A_4 B_4 + A_5 B_5 + \dots$. Sifat apa yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan tersebut? Berikan penjelasan.

3. Pemecahan Masalah Matematik

Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin.

Menurut Soemarmo (1994: 8), pemecahan masalah dapat berupa menciptakan ide baru, atau menemukan teknik atau produk baru. Bahkan dalam matematika, selain istilah pemecahan masalah

mempunyai arti khusus, istilah tersebut juga mempunyai interpretasi yang berbeda.

Branca (Krulik dan Reys 1980: 3) menyatakan bahwa klasifikasi aktivitas yang termasuk pemecahan masalah dalam matematika meliputi memecahkan masalah sederhana yang muncul dalam buku teks, memecahkan masalah teka-teki non rutin, menerapkan matematika pada masalah dunia nyata, serta membuat dan menguji konjektur matematika yang mungkin mengarah pada bidang kajian baru.

Sudjimat (Sukasno, 2002: 18) menyatakan bahwa belajar pemecahan masalah pada hakekatnya adalah belajar berpikir (*learning to think*) atau belajar bernalar (*learning to reason*), yaitu berpikir atau bernalar mengaplikasikan pengetahuan-pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya untuk memecahkan masalah-masalah baru yang belum pernah dijumpai sebelumnya. Karena itu pembelajaran yang bernuansa pemecahan masalah harus dirancang sedemikian rupa sehingga mampu merangsang siswa untuk berpikir dan mendorong siswa menggunakan pikirannya secara sadar untuk memecahkan masalah.

Berdasarkan pendapat tersebut, maka pembelajaran pemecahan masalah menghendaki siswa belajar secara aktif, bukannya guru yang lebih aktif dalam menyajikan materi pelajaran. Dengan belajar aktif, dapat menumbuhkan sifat kreatif. Sifat kreatif yang dimaksud adalah sifat kreatif mencari sendiri, menemukan sendiri, merumuskan sendiri, atau menyimpulkan sendiri. Dengan demikian pemahaman terhadap proses terbentuknya suatu konsep lebih diutamakan.

Dalam kegiatan pembelajaran dengan pendekatan pemecahan masalah, penekanan kegiatan ditujukan pada apa yang harus dipecahkan dan bagaimana memecahkan permasalahan itu secara sistematis dan logis. Siswa diharapkan dapat menggunakan operasi

berpikir tingkat tinggi yang memungkinkan siswa untuk dapat memecahkan masalahnya.

Wahyudin (2003: 10) menyatakan bahwa pemecahan masalah (*problem solving*) harus menjadi bagian integral dari proses pengajaran yang mereka jalankan. Ada sepuluh cara menyelesaikan soal dalam pemecahan masalah yang dapat dijadikan dasar pendekatan mengajar, yaitu:

1. Bekerja mundur
2. Menemukan suatu pola
3. Mengambil suatu sudut pandang yang berbeda
4. Memecahkan suatu masalah yang beranalogi dengan masalah yang sedang dihadapi tetapi lebih sederhana (spesifikasi tanpa kehilangan generalitas)
5. Mempertimbangkan kasus-kasus ekstrim
6. Membuat gambar (representasi visual)
7. Menduga dan menguji berdasarkan akal (termasuk aproksimasi)
8. Mempertimbangkan semua kemungkinan (daftar atau pencantuman yang menyeluruh)
9. Mengorganisasikan data
10. Penalaran logis

Gagne (Ruseffendi, 1988: 169) menyatakan bahwa *problem solving* (pemecahan masalah) terdiri dari lima langkah yang harus dilakukan, yaitu:

1. Menyajikan masalah dalam bentuk yang lebih jelas.
2. Menyatakan masalah dalam bentuk yang operasional.
3. Menyusun hipotesis-hipotesis alternatif dan prosedur kerja yang diperkirakan baik untuk digunakan dalam memecahkan masalah itu.
4. Mengetes hipotesis dan melakukan kerja untuk memperoleh hasilnya (pengumpulan data, pengolahan data, dan lain-lain), hasilnya mungkin lebih dari satu.

5. Memeriksa kembali apakah hasil yang diperoleh itu benar, mungkin memilih pula pemecahan yang paling baik.

John Dewey, dalam buku *How we think* (Wahyudin, 2003: 6) membahas secara ringkas lima langkah pemecahan masalah, langkah-langkah tersebut adalah:

1. Mengenali adanya masalah
2. Mengidentifikasi masalah
3. Memanfaatkan pengalaman-pengalaman sebelumnya
4. Menguji hipotesis-hipotesis atau kemungkinan-kemungkinan penyelesaian secara berurutan
5. Mengevaluasi penyelesaian-penyelesaian dan menarik kesimpulan berdasarkan bukti.

Selain itu, menurut Polya (1957:1), pemecahan masalah terdiri dari empat langkah pokok, yaitu:

1. Memahami masalah
2. Menyusun rencana/melaksanakan penyelesaian
3. Melaksanakan rencana/perhitungan
4. Memeriksa kembali

Dari berbagai tahapan pemecahan masalah (*problem solving*) yang dikemukakan di atas, pada hakekatnya tidak terdapat perbedaan yang mendasar. Oleh sebab itu tahapan pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagaimana yang dikemukakan oleh Polya.

Polya (Lestari, 1997: 19) mengklasifikasikan kegiatan-kegiatan atau menerapkan pemecahan masalah matematika, yaitu penyelesaian soal cerita dalam buku teks, penyelesaian soal-soal non rutin atau pemecahan teka-teki, penerapan matematika pada masalah dunia nyata, dan menciptakan serta menguji konjektur. Selanjutnya untuk memecahkan masalah kuantitatif matematika atau menyelesaikan soal-soal matematika dalam pembelajaran matematika, siswa dibimbing

untuk menggunakan langkah-langkah yang sistematis. Polya menguraikan langkah pemecahan masalah seperti pada Diagram 2.2.

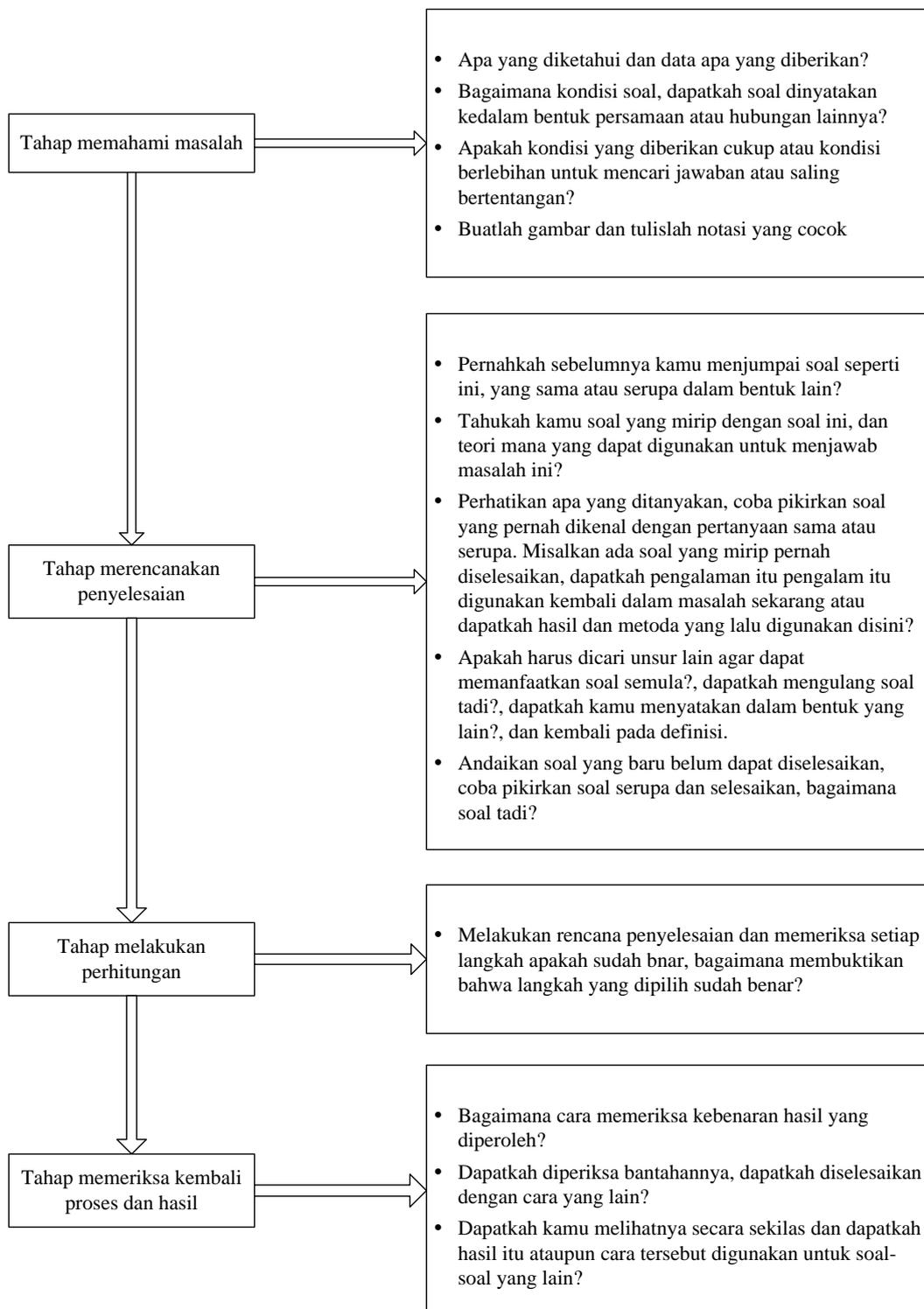


Diagram 2.2

Tahapan Pemecahan Masalah Menurut Polya

Untuk lebih jelasnya, langkah-langkah pemecahan suatu masalah dapat dimodifikasikan sebagai berikut:

1. Tahap memahami masalah

Dalam tahap ini siswa dibimbing agar memahami suatu masalah dengan jelas yang dihadapinya, memperoleh gambaran secara lengkap dari apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan serta bertanya di mana ada hal-hal yang kurang jelas dalam masalah tersebut. Tahap ini penting, menurut Suherman, dkk (2001: 84), tanpa memahami atau tanpa adanya pemahaman terhadap masalah yang diberikan, siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Tahap ini juga dapat dikatakan sebagai pondasi untuk melangkah pada tahap selanjutnya. Dalam proses pembelajaran, siswa dikatakan dapat memahami masalah kalau ia mampu menuliskan semua hal atau data-data yang diketahui dan ditanyakan dari masalah tersebut.

2. Tahap merencanakan penyelesaian

Dalam tahap ini siswa dibimbing agar dapat mengidentifikasi dan mampu untuk mengubah masalah menjadi masalah yang lebih jelas, serta menyiapkan berbagai strategi atau metode untuk digunakan pada tahap selanjutnya. Siswa pada tahap ini sangat dipengaruhi oleh pengalamannya dalam menyelesaikan masalah, umumnya semakin bervariasi pengalaman mereka, ada kecenderungan siswa lebih kreatif dalam menyusun /merencanakan penyelesaian/solusi pemecahan dari suatu masalah. Dalam proses pembelajaran, siswa dikatakan dapat merencanakan penyelesaian kalau siswa tersebut mampu membuat sistematisa langkah-langkah penyelesaiannya.

3. Tahap melakukan perhitungan

Jika rencana penyelesaian telah disusun, selanjutnya dilakukan penyelesaian masalah sesuai dengan rencana yang dianggap paling tepat. Dalam menyelesaikan masalah siswa diberikan kesempatan

untuk menggunakan alternatif lain dalam memecahkan masalah tersebut atau cara menyelesaikan masalah boleh lebih dari satu kemungkinan jawaban.

4. Tahap memeriksa kembali

Langkah terakhir adalah proses menyelesaikan suatu masalah menurut Polya adalah melakukan pengecekan atau memeriksa kembali atas apa yang telah dilakukan pada tahap-tahap sebelumnya. Dalam tahap ini siswa dibimbing untuk memeriksa apakah proses dan hasil tersebut sudah dikerjakan dengan baik dan benar. Dengan cara seperti ini, maka kesalahan-kesalahan yang mungkin ada pada tiga tahap sebelumnya akan terkoreksi kembali sehingga siswa dapat menyelesaikan masalah dengan tepat.

Berkaitan dengan penggunaan langkah-langkah pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika yang membutuhkan aktivitas mental belajar siswa yang cukup tinggi seperti mengingat, mengenal, menjelaskan, membedakan, menyimpulkan, menerapkan, menganalisis, menilai, dan memprediksi. Dengan demikian, jika hal ini tidak diikuti oleh keterampilan atau kecakapan seorang guru, maka tidak mustahil hasil belajar siswa tidak akan mencapai hasil maksimal. Guru harus dapat menempatkan diri sebagai fasilitator dan pembimbing yang didukung oleh berbagai sumber terutama buku-buku yang relevan. Di samping itu seorang guru juga dituntut memiliki wawasan yang luas terhadap berbagai permasalahan terutama yang berkenaan dengan konsep yang akan diajarkan.

Stacey dan Southwell (Lester, J.R.F. 1994: 666) memberikan petunjuk dalam pembelajaran pemecahan masalah secara garis besar sebagai berikut:

1. Berikan suatu masalah yang dapat dinikmati dan dari pengalaman yang menarik.
2. Siswa memerlukan waktu dan kebebasan untuk bekerja dengan caranya sendiri.

3. Coba untuk tidak menunjukkan penyelesaian, dan bersiap untuk mengikuti ide dari siswa.
4. Adakalanya perlu ditunjukkan kepada siswa bagaimana menyelesaikan masalah itu dan arahkan perhatian mereka pada keterampilan memecahkan masalah dan strategi yang dapat digunakan.
5. Anjurkan kepada siswa untuk menentukan suatu langkah permulaan, sekalipun pendekatan mereka diperbaiki kemudian. Anjurkan pula agar melihat kembali metode yang tidak berhasil dikerjakan dan mencoba untuk membandingkannya.

Pemecahan masalah matematik adalah proses yang menggunakan kekuatan dan manfaat matematika dalam menyelesaikan masalah, yang juga merupakan metode penemuan solusi melalui tahap-tahap pemecahan masalah. Tahap-tahap ini merupakan tahapan pemecahan masalah Polya yang meliputi: memahami masalah, memilih strategi penyelesaian, melaksanakan strategi, dan memeriksa kebenaran hasil.

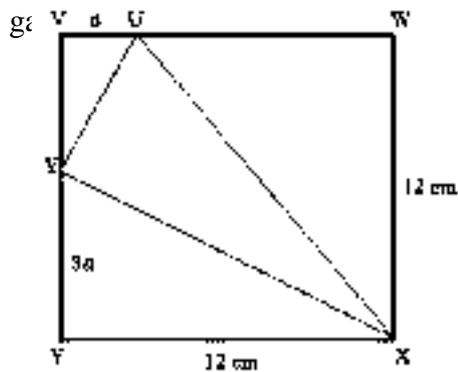
Beberapa indikator pemecahan masalah dapat diperhatikan dari paparan Sumarmo (2014) sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, yang ditanyakan, dan kecukupan unsur yang diperlukan
2. Merumuskan masalah matematik atau menyusun model matematik
3. Menerapkan strategi untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis dan masalah baru) dalam atau di luar matematika
4. Menjelaskan atau menginterpretasikan hasil sesuai permasalahan asal
5. Menggunakan matematika secara bermakna.

Contoh soal yang mengukur kemampuan Pemecahan Masalah Matematik SMA (Syifa Farhana (2014) adalah sebagai berikut.

1. Biaya produksi buku tulis perminggu dinyatakan dengan fungsi $S(x) = 4.500.000 - 750x$, dimana harga buku tulis tersebut perunit Rpx . Pendapatan dari hasil penjualan buku tulis tersebut perminggu dirumuskan dengan fungsi $K(x) = 3.750x - x^2$.

- a. Tuliskan unsur yang diketahui! Cukup, kurang atau berlebihkah unsur yang diketahui untuk dapat menentukan harga x per unit buku tulis agar perusahaan memperoleh keuntungan?
 - b. Buatlah model penyelesaian dari permasalahan di atas!
 - c. Bagaimanakah harga per unit buku tulis jika ternyata diperoleh titik impas? Jelaskan!
2. Diberikan sebuah persegi VWXY dengan panjang sisi 12 cm seperti pada



Panjang $UV = a\text{ cm}$, dan panjang $ZY = 3a\text{ cm}$
 Nyatakan VZ dan UW dalam a .
 Kemudian jika $L(\text{cm}^2)$ menyatakan luas dari segitiga UXZ , nyatakan L dalam a

3. Ani akan membuat kotak tanpa tutup dari sehelai karton berbentuk persegi panjang, dengan cara memotong persegi seluas $3 \times 3 (\text{cm}^2)$ di setiap pojoknya. Panjang sisi bidang alas kotak 5 cm lebih besar dari lebarnya. Jika volume kotak yang terbentuk sama dengan 150 cm^3 .
- a. Tuliskan unsur yang diketahui! Cukup, kurang atau berlebihkah unsur-unsur yang diperlukan untuk dapat menentukan panjang sisi dan lebar sisi bidang alas kotak? Mengapa demikian?
 - b. Buatlah model matematika untuk volume kotak tanpa tutup tersebut!
 - c. Bagaimanakah cara menentukan panjang sisi dan lebar sisi bidang alas kotak, kemudian laksanakan cara tersebut!
 - d. Interpretasikan hasil yang didapat, kemudian uji kembali jawabanmu ke dalam persamaan!

B. Teori-teori yang Mendukung

1. Teori Thorndike

Teori belajar stimulus-respon yang dikemukakan oleh Thorndike disebut juga dengan koneksionisme. Teori ini menyatakan bahwa pada hakikatnya belajar merupakan proses pembentukan hubungan antara stimulus dan respon (Suherman, 2001). Belajar akan lebih berhasil apabila respon mahasiswa terhadap stimulus diikuti oleh rasa senang atau kepuasan. Implikasi dari teori ini terhadap pembelajaran berbasis masalah adalah bahwa dalam PBM mahasiswa diberikan stimulus berupa masalah yang harus diselesaikan sebagai bentuk respon mahasiswa mengeksplorasi masalah tersebut sampai mendapatkan solusi. Rasa senang atau kepuasan mahasiswa tergambar ketika mereka berhasil/sukses memecahkan masalah yang diberikan sehingga mengantarkan dirinya ke jenjang kesuksesan berikutnya.

Dalam teori ini dikenal hukum kesiapan (*law of readiness*) yaitu kesiapan anak dalam menghadapi permasalahan yang diberikan, hukum latihan (*law of exercise*) yaitu latihan diperlukan bagi mahasiswa tatkala mereka telah sukses menyelesaikan masalahnya/ hubungan stimulus-respon sudah berjalan baik untuk memperkuat pemahamannya dan hukum akibat (*law of effect*) yaitu kepuasan yang mahasiswa dapatkan tatkala mereka telah melakukan tugasnya dengan baik sehingga mendapat penghargaan yang baik dari dosen

2. Teori Ausubel

Teori ini terkenal dengan belajar bermaknanya dan pentingnya pengulangan sebelum belajar dimulai. Bahan pelajaran akan lebih mudah dipahami jika bahan itu dirasakan bermakna bagi mahasiswa. Ausubel (Suherman, 2001) membedakan antara belajar menemukan dan belajar menerima. Dalam belajar menerima mahasiswa hanya menerima dan tinggal meghapalkan materi. Sedangkan pada belajar menemukan, mahasiswa tidak menerima pelajaran begitu saja, tetapi konsep ditemukan oleh mahasiswa.

Belajar bermakna lebih dilakukan dengan metode penemuan (*discovery*). Namun demikian, metode ceramah (ekspositori) bisa juga menjadi belajar bermakna jika belajarnya dikaitkan dengan permasalahan kehidupan sehari-hari, tidak hanya sampai pada tahap hapalan, bahan pelajaran harus cocok dengan kemampuan mahasiswa dan sesuai dengan struktur kognitif mahasiswa.

3. Teori Pavlov

Pavlov (Ruseffendi, 1991) mengemukakan konsep pembiasaan (*conditioning*). Dalam kegiatan belajar, agar mahasiswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan. Misalnya, agar mahasiswa terbiasa menghadapi masalah maka dalam pembelajaran biasakanlah mereka menyelesaikan masalah dengan baik, biasakanlah dengan memprediksi/ memperkirakan langkah penyelesaian, memeriksanya, menjelaskannya, atau mengevaluasi hasil pekerjaannya. Dengan membiasakan seperti itu diharapkan akan muncul kemampuan mahasiswa dalam memprediksi, menyelesaikan permasalahan, menjelaskan dengan suatu argumen/alasan, dan mengevaluasi yang akan mendorong mahasiswa merekonstruksi dalam bentuk berbeda dengan makna yang sama. Dengan demikian kemampuan mahasiswa dalam berpikir intuitif-reflektif dan pembuktian matematis akan berkembang melalui kebiasaannya dalam pembelajaran yang menyajikan masalah (PBM).

4. Teori Piaget

Gagasan konstruktivisme dikemukakan oleh Piaget (Ruseffendi, 1991) yang mengatakan bahwa perubahan kognitif pada seseorang dapat terjadi melalui proses asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah suatu proses yang menuntut seseorang menggabungkan suatu proses baru atau peristiwa baru ke dalam skemata (struktur kognitif) yang telah dimilikinya. Akomodasi merupakan proses yang menuntut seseorang mengakomodasi skema yang dimiliki, dengan situasi yang cocok. Jika situasi baru tidak dapat diterima sepenuhnya oleh skema yang ada, maka keadaan ini disebut dis-ekuilibrium atau ketidakseimbangan (Slavin, 1991: 27). Secara alamiah seseorang akan mengurangi ketidakseimbangan dengan

memusatkan pada rangsangan penyebab terjadinya ketidakseimbangan dan mengembangkan skema-skema baru sampai diperoleh keseimbangan lagi.

Piaget membantu kita memfokuskan diri pada kegiatan kognitif anak dan membantu memahami bagaimana seorang anak menggunakan ide-ide untuk mengkonstruksi pengetahuan dan pemahaman baru.

5. Teori Gestalt

Gestalt menyatakan bahwa penguasaan akan diperoleh apabila ada prasyarat dan latihan hafal atau drill yang diulang-ulang sehingga tidak mengherankan jika ada topik-topik di tata secara urut seperti perkalian bilangan cacah kurang dari sepuluh (Ruseffendi, 1991: 115-116). Aliran ini menyatakan bahwa pendidik/dosen harus memperhatikan:

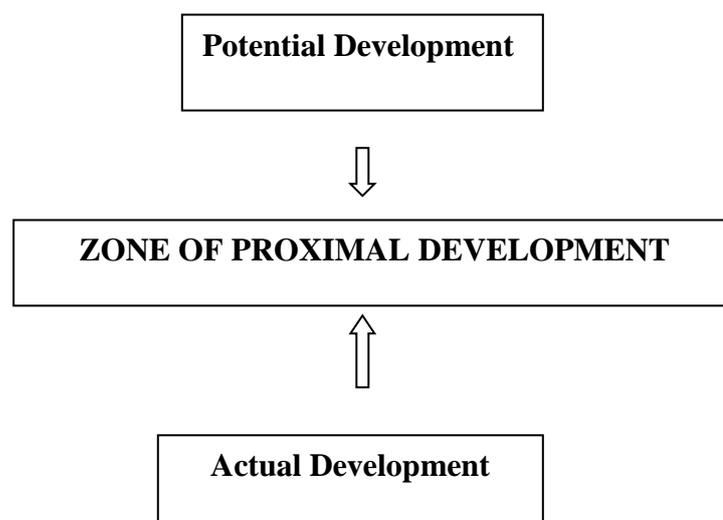
- 1) Penyajian konsep harus lebih mengutamakan pengertian
- 2) Pelaksanaan pembelajaran harus memperhatikan kesiapan intelektual mahasiswa.
- 3) Mengatur suasana kelas agar mahasiswa siap belajar.

PBM akan berlangsung dengan baik apabila penyajian konsep melalui masalah yang diberikan selalu memperhatikan kesiapan mahasiswa dalam belajar sehingga dibutuhkan suatu pengkondisian mahasiswa agar fokus. Maksudnya, PBM dapat berjalan dengan baik jika dipadukan dengan metode yang dapat membuat mahasiswa fokus dan termotivasi untuk belajar. Salah satu metode yang dapat digunakan yaitu *hypnoteaching*.

6. Teori Vygotsky

Vygotsky (1978) menyatakan bahwa interaksi sosial sebagai komponen penting dalam pengembangan pengetahuan. Proses berpikir berada pada lingkungan sosial dan dari lingkungan ini pelajar memperoleh ide-ide. Interaksi hanya terjadi pada *Zone of Proximal Development (ZPD)* terutama pada waktu belajar. ZPD didefinisikan sebagai tingkat perkembangan intelektual yang dapat dicapai individu dengan bantuan orang lain seperti dosen/guru, orang tua, atau teman yang lebih dewasa.

Vygotsky memandang bahwa ide-ide yang ada di kelas, di dalam buku-buku, dari dosen dan sumber lain berbeda dengan ide-ide yang dikonstruksi oleh mahasiswa. Gagasan-gagasan yang diformulasikan dengan baik yang dari luar anak dinamakan konsep ilmiah atau disebut juga dengan *potensial development* yaitu level yang dapat dicapai individu/pelajar, sedangkan ide yang dikembangkan oleh anak disebut sebagai konsep spontan atau *actual development*. Proses pengkonstruksian tersebut digambarkan dalam diagram berikut.



Gambar 2.3

Proses Konstruksi Pengetahuan

Di dalam ZPD dari Vygotsky, konsep-konsep ilmiah dari luar dapat berproses secara bermakna di dalam situasi diskusi di antara anak. Kegiatan belajar mahasiswa ditingkatkan melalui pemikiran reflektif yang dinaikkan oleh interaksi sosial. Pada saat yang sama manfaat interaksi dari masing-masing anak, dapat dikembangkan dan menjadi luas sebagai akibat dari ide-ide anak lain yang dibawa di dalam diskusi. Jika diskusi anak di dalam ZPD, maka pembelajaran (*take and give knowledge*) secara sosial akan terjadi. Penyelesaian masalah yang didasarkan pada ide anak sendiri merupakan hal yang mendasar dalam awal proses pembelajaran yang bersifat mandiri.

C. Literature Review

Beberapa Studi (Karlimah, 2010; Sugandi, 2010; Noer, 2010) melaporkan keunggulan pendekatan Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) dalam mengembangkan beragam kemampuan berpikir tingkat tinggi matematis, diantaranya: kemampuan komunikasi, pemecahan masalah, berpikir kritis, berpikir kreatif, dan berpikir reflektif matematis serta disposisi dan kemandirian belajar. Hasil studinya juga melaporkan bahwa tidak terdapat interaksi antara pembelajaran dan tingkat kemampuan awal terhadap kemampuan komunikasi, pemecahan masalah, kemampuan berpikir tingkat tinggi, berpikir kritis, berpikir kreatif, berpikir reflektif, dan disposisi matematis siswa/mahasiswa.

Sementara itu, Arnawa (2006) dan Maya (2011) melaporkan bahwa tugas pembuktian lebih sukar daripada tugas pemahaman matematis dan terdapat cukup banyak mahasiswa pada kedua kelas yang mengalami kesulitan pada tugas-tugas pembuktian matematis. Jenis-jenis kesalahan yang paling banyak dilakukan mahasiswa pada pembuktian dalam Aljabar Abstrak (mengkonstruksi bukti) bersumber dari miskonsepsi bahwa sifat-sifat bilangan real berlaku pada setiap grup. Selain itu, hasil studi juga menemukan tidak ada interaksi antara pembelajaran dan kemampuan awal terhadap kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis, namun terdapat asosiasi yang cukup kuat antara kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa.

Selain itu, Penelitian yang dilakukan oleh Muin (2006) dalam tesis dengan judul “Pendekatan Metakognitif untuk Meningkatkan Kemampuan Matematika Siswa SMA”. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang mendapat pembelajaran dengan menggunakan pendekatan metakognitif memiliki kemampuan matematika yang lebih baik dan peningkatan kemampuan matematika yang lebih tinggi dibandingkan dengan siswa yang mendapatkan pembelajaran secara konvensional. Hasil ini termasuk di dalamnya kemampuan pemecahan masalah. Hal ini di perkuat juga oleh hasil penelitian yang dilakukan oleh Kurniawati (2006) yang mengatakan bahwa kemampuan pemahaman konsep dan penalaran matematik siswa SMP yang menggunakan pembelajaran

pemecahan masalah lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran konvensional.

Penelitian yang dilakukan oleh Tuti Rahayu, Purwoko, dan Zulkardi (2008) dengan judul “Pengembangan Instrumen Penilaian dalam Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di SMPN 17 Palembang”. Penelitian tersebut menghasilkan kesimpulan bahwa instrumen yang dikembangkan memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif. Instrumen yang dikembangkan layak digunakan.

Gani (2002) dalam penelitiannya berkesimpulan bahwa pembelajaran dengan pendekatan pemecahan masalah pada dasarnya dapat memberikan pengaruh yang positif terhadap hasil belajar matematika siswa jika faktor-faktor yang mempengaruhinya dapat ditangani dengan baik, seperti tersedia buku-buku bacaan bagi siswa, alat peraga, dan lain-lain. Pada umumnya siswa masih menganggap bahwa belajar matematika dengan pendekatan pemecahan masalah yang disertai dengan langkah-langkah pemecahan yang terpadu pada langkah-langkah Polya merupakan hal yang baru.

Priatna (2003) dalam penelitiannya menemukan bahwa kualitas kemampuan penalaran dan pemahaman matematika siswa SLTP Negeri di Kota Bandung masih belum memuaskan, yaitu masing-masing hanya sekitar 49% dan 50%. Selanjutnya, Dahlan (2004) menemukan bahwa terdapat perbedaan kemampuan penalaran dan pemahaman matematika yang signifikan antara siswa laki-laki dan siswa perempuan.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Waktu dan Tempat Penelitian

Tempat dilakukannya penelitian ini adalah Madrasah (MI/MTs/MA) seluruh Indonesia. Adapun total waktu pelaksanaannya dilakukan selama limaenam bulan mulai bulan Mei sampai September 2016, yang menjadi subjek penelitian adalah siswa madrasah (MI, MTs, MA) seluruh Indonesia.

B. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif analitik. Mengingat bahwa penulis merupakan alat penelitian dan analisis data perlu dilakukan sejak awal pengumpulan data, peneliti melakukan penelitian dengan tahap-tahap sebagai berikut:

- a. Tahap pra lapangan, yaitu dengan menyusun rancangan penelitian dalam hal ini menyusun soal-soal kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa yang disusun atas dasar tujuan penelitian yaitu untuk mengetahui kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah (MI, MTs, dan MA), serta sekolah islam, memilih lapangan penelitian dan perizinan.
- b. Tahap kerja lapangan yaitu dengan menempatkan peneliti sebagai partisipan aktif dalam penelitian yang pada kesempatan ini peneliti sendiri merupakan orang yang menilai dan menganalisis kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi melalui tes yang diberikan kepada siswa di sekolah/madrasah tersebut.

C. Populasi dan Sampel

Populasi yang diambil dari penelitian ini adalah siswa madrasah yang terdiri dari siswa Madrasah Aliyah (MA), Madrasah Tsanawiyah (MTs), dan Madrasah Ibtidaiyah (MI), serta sekolah islam seluruh Indonesia. Teknik sampling yang digunakan adalah *Random Assignment*, yaitu pengambilan sampel secara acak dari madrasah atau sekolah yang sudah ditentukan. Sampel tersebut dibagi ke dalam 12 wilayah yang dapat dilihat pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1
Pembagian Wilayah Sampel Penelitian

No	Wilayah
1	DKI Jakarta
2	Banten
3	Jawa Barat
4	Jawa Tengah
5	DI Yogyakarta
6	Jawa Timur
7	Sumatera I (Jambi, Bengkulu, Sumatera Selatan, Lampung, Bangka Belitung)
8	Sumatera II (NAD, Sumatera Utara, Riau, Kep. Riau, Sumatera Barat)
9	Kalimantan
10	Sulawesi I (Sulawesi Selatan, Sulawesi Barat)
11	Sulawesi II (Sulawesi Utara, Sulawesi Tengah, Sulawesi Tenggara, Gorontalo)
12	Bali dan sekitarnya (Bali, Maluku, Nusa Tenggara, Papua)

D. Teknik Pengumpulan Data

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah skor tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan teknik tes, yaitu tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi. Tes kemampuan berpikir kritis diberikan kepada seluruh siswa yang menjadi sampel penelitian.

E. Instrumen Penelitian

Instrumen yang dimaksud dalam penelitian ini adalah berupa butir-butir soal tes seruruh materi matematika sesuai dengan jenjangnya, yang disesuaikan dengan kurikulum berbasis kompetensi. Instrumen ini digunakan sebagai data utama yang dijadikan sebagai indikasi untuk mengetahui kemampuan berpikir

matematik tingkat tinggi siswa dan melihat kesulitan-kesulitan yang dihadapi siswa dalam menyelesaikan soal-soal berpikir matematik tingkat tinggi tersebut.

Penilaian hasil tes berupa skor kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi. Skor yang diberikan pada penilaian hasil tes berkisar pada nilai 1 sampai dengan 4. Pedoman penskoran diperlukan untuk mengukur kemampuan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa pada setiap butir soal. Kriteria penskoran tes kemampuan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 3.2 – 3.4 berikut.

Tabel 3.2

Pedoman Penskoran Kemampuan Komunikasi Matematik

Indikator	Kriteria	Skor
<i>Written Text/Teks tertulis</i>	Tidak ada jawaban, walaupun ada hanya memperlihatkan ketidak pahaman tentang konsep sehingga informasi yang diberikan tidak berarti apa-apa	0
	Hanya sedikit dari penjelasan yang benar	1
	Penjelasan secara matematis masuk akal namun hanya sebagian lengkap dan benar	2
	Penjelasan secara matematis masuk akal dan benar, meskipun tidak tersusun secara logis atau terdapat sedikit kesalahan bahasa	3
	Penjelasan secara matematis masuk akal dan jelas serta tersusun secara logis	4
<i>Drawing/ Visual</i>	Tidak ada jawaban, walaupun ada hanya memperlihatkan ketidak pahaman tentang konsep sehingga informasi yang diberikan tidak berarti apa-apa	0
	Hanya sedikit dari gambar, diagram yang benar	1
	Melukiskan diagram atau gambar, namun kurang lengkap dan benar	2
	Melukiskan diagram atau gambar, secara lengkap namun	3

	masih ada sedikit kesalahan	
	Melukiskan diagram atau gambar secara lengkap dan benar	4
<i>Mathematical Ekspresions/ Ekspresi Matematik</i>	Tidak ada jawaban, walaupun ada hanya memperlihatkan ketidakpahaman tentang konsep sehingga informasi yang diberikan tidak berarti apa-apa	0
	Hanya sedikit dari model matematika yang benar	1
	Menentukan model matematika dengan benar, namun salah dalam mendapatkan solusi.	2
	Menentukan model matematika dengan benar, kemudian melakukan perhitungan atau mendapatkan solusi yang benar namun terdapat sedikit kesalahan penulisan simbol.	3
	Menemukan model matematika dengan benar, kemudian melakukan perhitungan dan mendapatkan solusi secara benar dan lengkap	4

Tabel 3.3

Rubrik Penskoran Kemampuan Penalaran Matematik

Skor	Kriteria
Jawaban	
Menyusun bukti	
4	Jawaban benar dan alasan lengkap, disertai argumen yang benar berdasarkan prinsip matematika.
3	Jawaban benar, tetapi alasan hampir lengkap diikuti argumen yang benar berdasarkan prinsip matematika.
2	Jilinan jawaban benar, tetapi alasan diikuti argumen yang kurang tepat.
1	Jawaban benar, tetapi tidak ada alasan.

0	Tidak ada jawaban dan tidak ada alasan.
Menyajikan pernyataan matematika dalam bentuk tulisan dan gambar	
4	Jawaban benar dan alasan lengkap, disertai gambar dan penyelesaian berdasarkan prinsip matematika.
3	Jawaban benar disertai gambar, tetapi alasan hampir lengkap berdasarkan prinsip matematika.
2	Jawaban benar dan alasan diikuti gambar, tetapi penyelesaian tidak berdasarkan prinsip matematika.
1	Jawaban benar, tetapi tidak ada alasan.
0	Tidak ada jawaban dan tidak ada alasan.
Melakukan manipulasi matematika	
4	Jawaban benar dan alasan lengkap berdasarkan prinsip matematika.
3	Jawaban benar, tetapi alasan hampir lengkap diikuti argumen yang benar.
2	Jawaban benar, tetapi alasan diikuti argumen yang kurang tepat.
1	Jawaban benar, tetapi tidak ada alasan.
0	Tidak ada jawaban dan tidak ada alasan.
4	Jawaban benar dan alasan lengkap.
3	Jawaban benar tetapi hanya 2 pilihan jawaban benar terbukti kebenarannya.
2	Jawaban benar tetapi hanya 1 pilihan jawaban benar terbukti kebenarannya.
1	Jawaban benar tetapi tidak ada alasan.
0	Tidak ada jawaban dan tidak ada alasan.

Tabel 3.4

Pedoman Penskoran Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik

No	Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah	Reaksi Terhadap Soal	Skor
1	Siswa dapat mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, yang ditanyakan, dan kecukupan unsur yang diperlukan.	Mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, yang ditanyakan dengan benar dan jelas, menjawab kecukupan unsur yang diperlukan dengan benar serta memberikan alasan atau penjelasan yang layak berdasarkan pengetahuan matematika yang mendalam	4
		Mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui dan atau unsur yang ditanyakan dengan benar dan jelas, menjawab kecukupan unsur yang diperlukan dengan benar disertai alasan atau penjelasan berdasarkan pengetahuan matematika yang mendasar	3
		Mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui dan atau unsur yang ditanyakan dengan benar dan jelas, menjawab kecukupan unsur yang diperlukan dengan benar namun tanpa memberikan alasan, atau salah salam menjawab kecukupan unsur.	2
		Salah dalam mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui dan yang ditanyakan, salah dalam menjawab kecukupan unsur yang diperlukan serta memberikan alasan yang salah	1
		Tidak menjawab soal sama sekali	0

2	Siswa dapat merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis.	Merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis dengan jelas dan benar sesuai prosedur serta menjawab lengkap berdasarkan pengetahuan matematika yang mendalam	4
		Merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis dengan jelas dan benar dalam prosedur, namun terdapat sedikit kekurangan dalam penyelesaiannya	3
		Merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis dengan benar dalam prosedur, namun terdapat banyak kekurangan dalam penyelesaiannya atau salah dalam hasil	2
		Salah total dalam merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis, atau jawaban yang diberikan tidak dibuktikan melalui prosedur yang benar	1
		Tidak merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematis sama sekali	0
3	Siswa dapat menerapkan strategi untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis dan masalah baru) dalam atau di luar matematika.	Memilih strategi yang sesuai dan menerapkan strategi yang dipilih untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis atau masalah baru) dalam atau di luar matematika, menghasilkan jawaban yang benar serta tidak terdapat kesalahan dalam prosedur penyelesaian	4
		Memilih strategi yang sesuai dan	3

		menerapkan strategi yang dipilih untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis atau masalah baru) dalam atau di luar matematika, menghasilkan jawaban yang benar namun terdapat sedikit kesalahan atau kekurangan dalam perhitungan	
		Tidak memilih strategi yang sesuai untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis atau masalah baru) dalam atau di luar matematika, tetapi menghasilkan jawaban yang benar berdasarkan kesalahan dalam pemilihan strategi.	2
		Salah dalam memilih strategi dan menerapkan strategi yang salah untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis atau masalah baru) dalam atau di luar matematika, menghasilkan jawaban yang salah	1
		Tidak menjawab soal sama sekali	0
4	Siswa dapat menjelaskan dan menginterpretasikan hasil sesuai permasalahan asal.	Menjelaskan dan menginterpretasikan hasil yang didapat sesuai dengan permasalahan asal berdasarkan pengetahuan matematika yang mendalam yang berhubungan dengan masalah yang diberikan	4
		Menjelaskan dan menginterpretasikan hasil yang didapat sesuai dengan permasalahan asal berdasarkan pengetahuan matematika yang mendasar yang berhubungan dengan masalah yang	3

	diberikan	
	Menjelaskan dan menginterpretasikan hasil yang didapat sesuai dengan permasalahan asal berdasarkan kurangnya pengetahuan matematika yang berhubungan dengan masalah yang diberikan	2
	Menjelaskan dan menginterpretasikan hasil yang didapat namun menunjukkan sedikit atau sama sekali tidak ada pengetahuan matematika yang berhubungan dengan masalah yang diberikan sehingga jawaban tidak sesuai dengan permasalahan asal atau hanya menjawab tanpa memberikan penjelasan	1
	Tidak menjelaskan dan menginterpretasikan hasil sama sekali	0

Sebelum digunakan, tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut divalidasi oleh pakar/penimbang yang berlatar belakang dosen di Jurusan Pendidikan Matematika. Para pakar/penimbang diminta untuk memberikan pertimbangan dan saran mengenai validitas muka serta validitas isi tes tersebut. Pertimbangan validitas muka didasarkan pada kejelasan butir tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi dari segi bahasa atau redaksional serta kejelasan dari segi ilustrasi. Sementara, pertimbangan validitas isi didasarkan pada kesesuaian butir tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi dengan materi pokok yang diberikan, indikator pencapaian kompetensi, dan indikator kemampuan yang diukur. Berdasarkan hasil pertimbangan mengenai validitas muka dan validitas isi dari keempat penimbang, seluruh butir tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut sudah dinyatakan valid.

F. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dilakukan setelah selesai pengumpulan data. Setelah semuanya sudah selesai dengan baik dari pemberian tes tertulis butir soal berbentuk essay, kemudian dihitung persentase ketercapaian secara keseluruhan dan tiap aspek maka data tersebut dianalisis sehingga akan didapatkan hasil atau temuannya.

Hasil tes kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa, kemudian dianalisis tiap indikator. Persentase tiap indikator dihitung dengan rumus:

Persentase indikator kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi

$$= \frac{\text{jumlah skor per indikator}}{\text{jumlah skor maksimal per indikator}} \times 100\%$$

Dari hasil perhitungan persentase skor yang diperoleh terhadap skor ideal kemudian dibuat kategori. Pengkategorian kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut didasarkan pada persentase skor tes tersebut yang diadopsi dari Kurniawati (2014) dapat dilihat dalam Tabel 3.5 berikut.

Tabel 3.5

Kategori Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi

Skor KAM (x)	Kategori
$x < 60\%$	Rendah
$60\% \leq x < 70\%$	Sedang
$x \geq 70\%$	Tinggi

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. HASIL PENELITIAN

Pada bab sebelumnya telah dikemukakan bahwa tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji kemampuan matematik berpikir tingkat tinggi siswa secara keseluruhan dan tiap aspek. Mendesain pembelajaran yang mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah. Berkaitan dengan tujuan tersebut, maka dalam analisis data ini akan disajikan analisis secara deskriptif yaitu dengan menghitung rerata dan persentase hasil dari kemampuan matematika tingkat tinggi siswa baik secara keseluruhan maupun tiap aspek kemampuan matematika tingkat tinggi siswa yang kemudian dari hasil analisis itu akan didapatkan hasil atau temuannya.

Data dari hasil penelitian ini diperoleh melalui tes kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa yang terdiri dari 3 kemampuan matematis yaitu kemampuan penalaran matematis, kemampuan komunikasi matematis dan kemampuan pemecahan masalah matematis sehingga data yang dikumpulkan dalam penelitian ini ada 3 macam data, yaitu: (1) Data kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa madrasah berdasarkan tingkat madrasah dan wilayah; (2) Data kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi (penalaran, komunikasi dan pemecahan masalah matematik) siswa madrasah berdasarkan tingkat madrasah. Wilayah yang menjadi sampel penelitian ini ada 12 wilayah di Indonesia yang dikategorikan berdasarkan tingkat madrasah yaitu Madrasah Ibtidaiyah (MI), Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan Madrasah Aliyah (MA) yang terdiri dari 1260 peserta.

1. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Berdasarkan Wilayah

Dari hasil penelitian diperoleh data tentang kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa baik itu berdasarkan tingkat madrasah maupun wilayah. Adapun wilayah yang menjadi sampel sebanyak 12 wilayah dengan rincian untuk

Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebanyak 7 wilayah yaitu DKI Jakarta, Banten, Jawa Barat, Jawa Tengah, DI Yogyakarta, Jawa Timur, Sumatera 1. Kemudian untuk Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebanyak 11 wilayah yaitu DKI Jakarta, Banten, Jawa Barat, Jawa Tengah, DI Yogyakarta, Jawa Timur, Sumatera 1, Sumatera 2, Kalimantan, Sulawesi 1 dan Sulawesi 2. Kemudian untuk Madrasah Aliyah (MA) sebanyak 12 wilayah yaitu DKI Jakarta, Banten, Jawa Barat, Jawa Tengah, DI Yogyakarta, Jawa Timur, Sumatera 1, Sumatera 2, Kalimantan, Sulawesi 1 dan Sulawesi 2, Bali dan sekitarnya.

Adapun hasil skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa secara umum berdasarkan tingkat madrasah disajikan dalam tabel berikut ini :

Tabel 4.1

Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa

<i>NO</i>	<i>TINGKAT MADRASAH</i>	<i>RERATA SKOR</i>	<i>PERSENTASE (%)</i>
1	Madrasah Ibtidaiyah (MI)	16,79	33,58
2	Madrasah Tsanawiyah (MTs)	21,54	43,08
3	Madrasah Aliyah (MA)	21,14	42,28

Dari Tabel 4.1 di atas dapat dilihat bahwa rerata skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebesar 16,79 (33,58%), untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebesar 21,54 (43,08%) dan untuk siswa Madrasah Aliyah (MA) sebesar 21,14 (42,28%). Ini artinya secara umum rerata skor yang paling tinggi adalah siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) dsusul siswa Madrasah Aliyah (MA) kemudian siswa madrasah Ibtidaiyah (MI).

Berikut disajikan data kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa berdasarkan wilayah.



Dari Diagram 4.1 di atas secara umum dapat dilihat bahwa pada tingkat Madrasah Ibtidaiyah (MI) wilayah yang memiliki rerata skor paling tinggi adalah wilayah DI Yogyakarta dan wilayah yang memiliki rerata skor terendah yaitu wilayah Jawa Timur. Kemudian rerata skor paling tinggi pada tingkat Madrasah Tsanawiyah (MTs) adalah wilayah Banten dan wilayah yang memiliki rerata skor terendah yaitu wilayah DI Yogyakarta. Kemudian rerata skor paling tinggi pada tingkat Madrasah Aliyah (MA) adalah wilayah Sulawesi 2 dan wilayah yang memiliki rerata skor terendah yaitu wilayah DKI Jakarta.

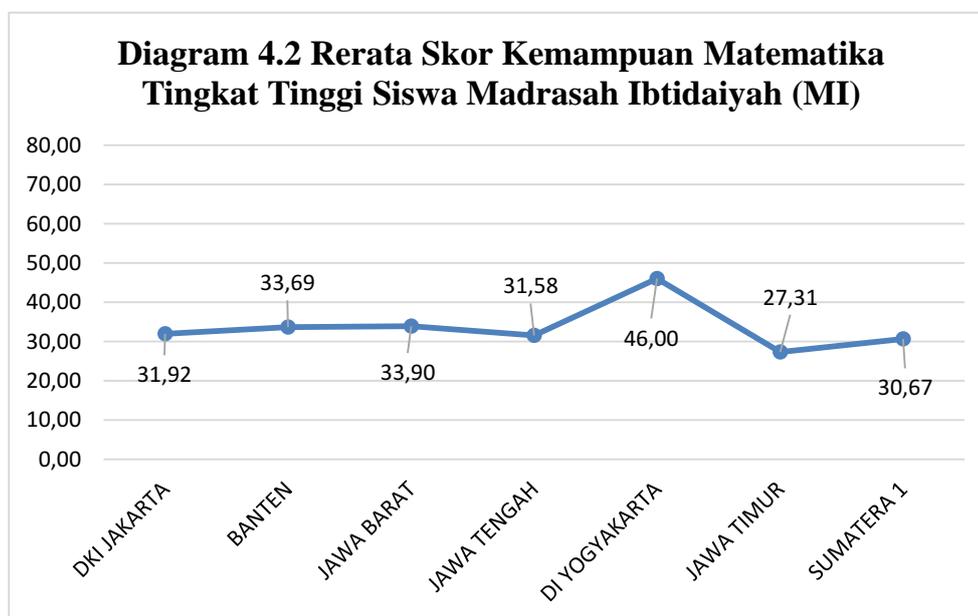
a. Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Dari hasil penelitian diperoleh data berupa skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa per wilayah.. Dari total wilayah yang dilibatkan yaitu 12 wilayah, data yang terkumpul hanya sebanyak 7 wilayah. Hasil statistik deskriptif data skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) dari masing-masing wilayah disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.2
Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa
Madrasah Ibtidaiyah (MI) Berdasarkan Wilayah

<i>WILAYAH</i>	<i>RERATA SKOR</i>	<i>PERSENTASE (%)</i>	<i>STANDAR DEVIASI</i>
<i>DKI JAKARTA</i>	15,96	31,92	8,65
<i>BANTEN</i>	16,85	33,69	7,88
<i>JAWA BARAT</i>	16,95	33,90	7,89
<i>JAWA TENGAH</i>	15,79	31,58	9,21
<i>DI YOGYAKARTA</i>	23,00	46,00	2,17
<i>JAWA TIMUR</i>	13,66	27,31	7,97
<i>SUMATERA 1</i>	15,33	30,67	8,49
<i>RERATA TOTAL</i>	16,79	33,58	7,47

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram garis sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.2 dan Diagram 4.2 di atas terlihat bahwa rerata skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) tertinggi berada di wilayah DI Yogyakarta yang mendapatkan rerata

skor sebesar 23,00 (46,00%), disusul wilayah Jawa Barat sebesar 16,95(33,90%), wilayah Banten sebesar 16,85(33,69%), wilayah DKI Jakarta sebesar 15,96 (31,92), wilayah Jawa Tengah sebesar 15,79 (31,58), wilayah Sumatera 1 sebesar 15,79 (30,67), sedangkan persentase rerata skor terendah yaitu wilayah Jawa Timur yang hanya mencapai rerata skor 13,66 (27,31%).

Rerata skor total dari seluruh wilayah sebesar 16,79 atau 33,58% ini artinya bahwa kemampuan matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) masih relatif rendah. Jika dilihat dari standar deviasi maka yang tertinggi berada pada wilayah Jawa Tengah yaitu sebesar 9,21, ini artinya bahwa skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa MI lebih menyebar dibandingkan dengan wilayah-wilayah yang lain.

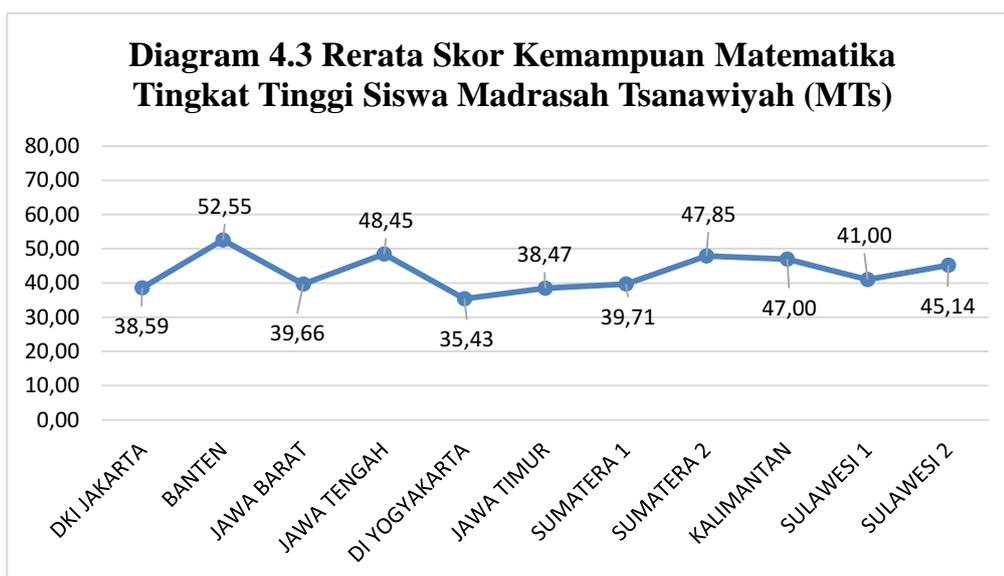
b. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Dari total wilayah yang dilibatkan yaitu 12 wilayah, data yang terkumpul hanya sebanyak 11 wilayah. Hasil statistik deskriptif data skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) dari masing-masing wilayah disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.3
Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa
Madrasah Tsanawiyah (MTs) Berdasarkan Wilayah

<i>WILAYAH</i>	<i>RERATA SKOR</i>	<i>PERSENTASE (%)</i>	<i>STANDAR DEVIASI</i>
<i>DKI JAKARTA</i>	19,29	38,59	6,11
<i>BANTEN</i>	26,27	52,55	1,90
<i>JAWA BARAT</i>	19,83	39,66	6,12
<i>JAWA TENGAH</i>	24,23	48,45	5,93
<i>DI YOGYAKARTA</i>	17,71	35,43	8,90
<i>JAWA TIMUR</i>	19,24	38,47	6,42
<i>SUMATERA 1</i>	19,86	39,71	5,79
<i>SUMATERA 2</i>	23,92	47,85	6,56
<i>KALIMANTAN</i>	23,50	47,00	0,71
<i>SULAWESI 1</i>	20,50	41,00	5,92
<i>SULAWESI 2</i>	22,57	45,14	3,72
<i>RERATA TOTAL</i>	21,54	43,08	5,28

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram garis sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.3 dan Diagram 4.3 di atas terlihat bahwa rerata skor kemampuan berpikir matematika tinggi tinggi siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) tertinggi berada di wilayah Banten sebesar 26,27 (52,55%) disusul wilayah Jawa Tengah sebesar 24,23 (48,45%), wilayah Sumatera 2 sebesar 23,92 (47,85%), wilayah Kalimantan sebesar 23,50 (47,00%), wilayah Sulawesi 2 sebesar 22,57 (45,14%), wilayah Sulawesi 1 sebesar 20,50 (41,00%), wilayah Sumatera 1 sebesar 19,86 (39,71%), wilayah Jawa Barat sebesar 19,83 (39,66%), wilayah DKI Jakarta sebesar 19,29 (38,59%), wilayah Jawa Timur sebesar 19,24 (38,47%), sedangkan persentase rerata skor terendah yaitu wilayah DI Yogyakarta yang hanya mencapai rerata skor 17,71 (35,43%).

Rerata skor total dari seluruh wilayah sebesar 21,54 atau 43,08%, ini artinya bahwa kemampuan matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) masih relatif rendah. Kemudian jika dilihat dari standar deviasi maka yang tertinggi berada pada wilayah DI Yogyakarta yaitu sebesar 8,90, ini artinya bahwa skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa MTs lebih menyebar dibandingkan dengan wilayah-wilayah yang lain.

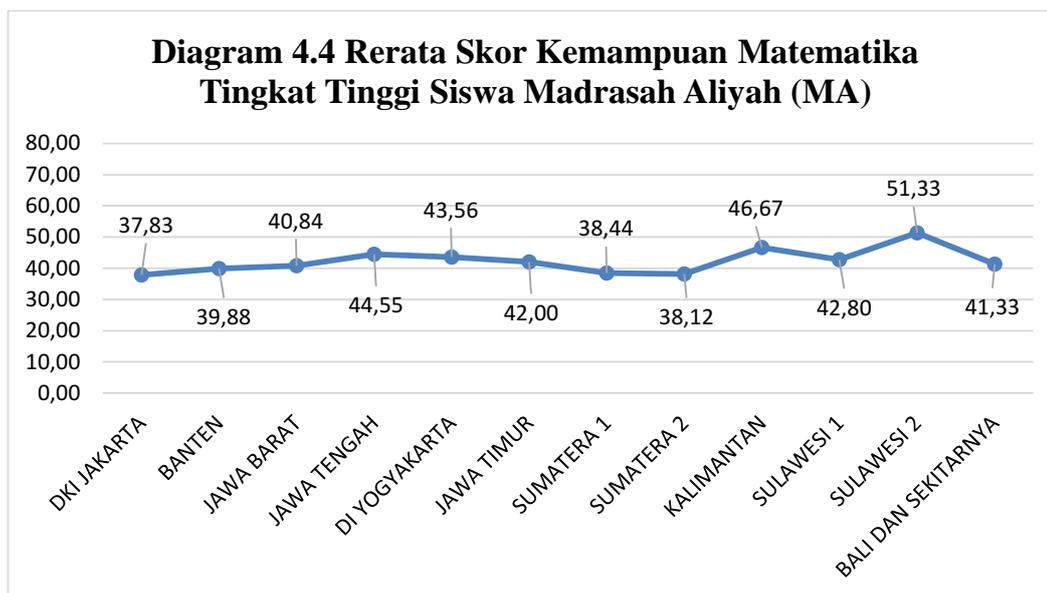
c. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Aliyah (MA)

Pengambilan data berasal dari 12 wilayah. Hasil statistik deskriptif data skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Aliyah (MA) dari masing-masing wilayah disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.4
Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa
Madrasah Aliyah (MA) Berdasarkan Wilayah

<i>WILAYAH</i>	<i>RERATA SKOR</i>	<i>PERSENTASE (%)</i>	<i>STANDAR DEVIASI</i>
<i>DKI JAKARTA</i>	18,91	37,83	5,46
<i>BANTEN</i>	19,94	39,88	5,17
<i>JAWA BARAT</i>	20,42	40,84	3,79
<i>JAWA TENGAH</i>	22,27	44,55	3,64
<i>DI YOGYAKARTA</i>	21,78	43,56	5,59
<i>JAWA TIMUR</i>	21,00	42,00	3,81
<i>SUMATERA 1</i>	19,22	38,44	4,02
<i>SUMATERA 2</i>	19,06	38,12	5,08
<i>KALIMANTAN</i>	23,33	46,67	2,50
<i>SULAWESI 1</i>	21,40	42,80	3,10
<i>SULAWESI 2</i>	25,67	51,33	6,89
<i>BALI DAN SEKITARNYA</i>	20,67	41,33	2,10
<i>RERATA TOTAL</i>	21,14	42,28	5,10

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram garis sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.4 dan Diagram 4.4 di atas terlihat bahwa rerata skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Aliyah (MA) tertinggi berada di wilayah Sulawesi 2 sebesar 25,67 (51,33%) disusul wilayah Kalimantan sebesar 23,33 (46,67%), wilayah Jawa Tengah sebesar 22,27 (44,55%), wilayah DI Yogyakarta sebesar 21,78 (43,56%), wilayah Sulawesi 1 sebesar 21,40 (42,80%), wilayah Jawa Timur sebesar 21,00 (42,00%), wilayah Bali dan sekitarnya sebesar 20,67 (41,33%), wilayah Jawa Barat sebesar 20,42 (40,84%), wilayah Banten sebesar 19,94 (39,88%), wilayah Sumatera 1 sebesar 19,22 (38,44%), wilayah Sumatera 2 sebesar 19,06 (38,12%), sedangkan persentase rerata skor terendah yaitu wilayah DI Yogyakarta yang hanya mencapai rerata skor 17,71 (35,43%).

Rerata skor total dari seluruh wilayah sebesar 21,54 atau 43,08%, ini artinya bahwa kemampuan matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Aliyah (MA) masih relatif rendah. Kemudian jika dilihat dari standar deviasi maka yang tertinggi berada pada wilayah Sulawesi 2 yaitu sebesar 6,89, ini artinya bahwa skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Aliyah (MA) lebih menyebar dibandingkan dengan wilayah-wilayah yang lain.

2. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah

a. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Secara Umum

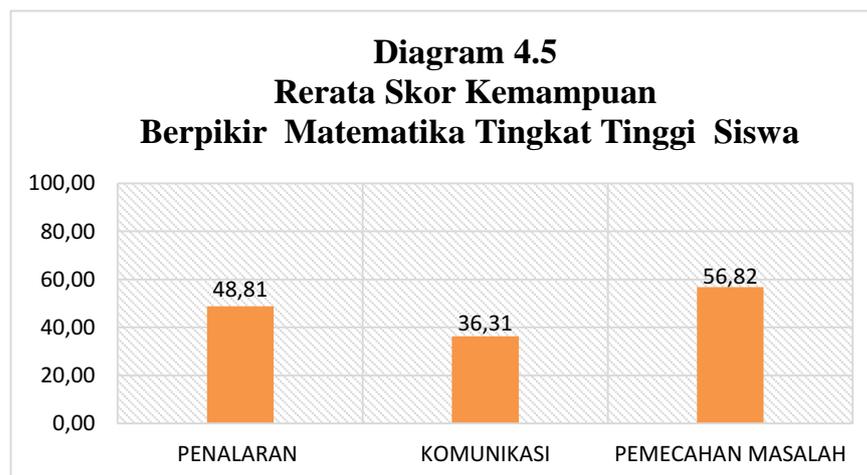
Dari hasil penelitian diperoleh data penelitian berupa skor total dari masing kemampuan matematik yaitu penalaran, komunikasi dan pemecahan masalah matematik.

Tabel 4.5

Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Secara Umum

<i>KEMAMPUAN</i>	<i>RERATA PERSENTASE</i>	
	<i>TOTAL</i>	<i>(%)</i>
<i>PENALARAN</i>	1,95	48,81
<i>KOMUNIKASI</i>	1,45	36,31
<i>PEMECAHAN MASALAH</i>	2,27	56,82

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram batang sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.5 di atas bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis lebih tinggi dibandingkan dengan rerata skor kemampuan matematis yang lain. Rerata skor kemampuan pemecahan

masalah matematis sebesar 2,27 (56,82%) sedangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis berturut-turut sebesar 1,95 (48,81%) dan 1,45 (36,31%).

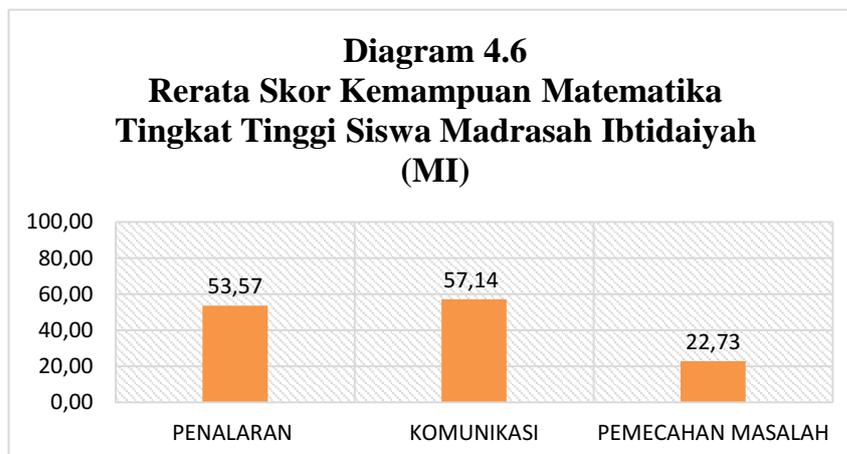
b. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Dari hasil kemampuan matematik yaitu penalaran, komunikasi dan pemecahan masalah matematik untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 4.6
Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi
Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

<i>KEMAMPUAN</i>	<i>RERATA</i>	<i>PERSENTASE</i>
	<i>TOTAL</i>	<i>(%)</i>
<i>PENALARAN</i>	2,14	53,57
<i>KOMUNIKASI</i>	2,29	57,14
<i>PEMECAHAN MASALAH</i>	0,91	22,73

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram batang sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.6 di atas bahwa rerata skor kemampuan komunikasi matematis lebih tinggi dibandingkan dengan rerata skor kemampuan matematis yang lain. Rerata skor kemampuan komunikasi matematis sebesar 2,29 (57,14%) sedangkan kemampuan penalaran dan pemecahan masalah matematis berturut-turut sebesar 2,14 (53,57%) dan 0,91 (22,73%).

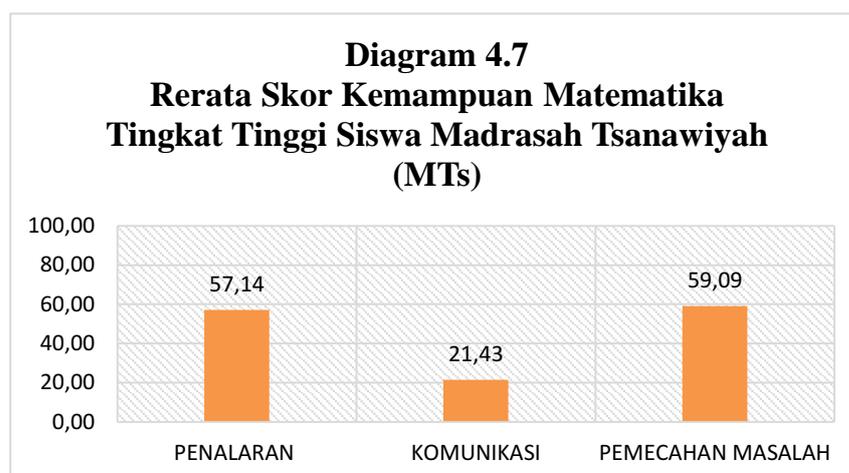
c. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Dari hasil kemampuan matematik yaitu penalaran, komunikasi dan pemecahan masalah matematik untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 4.7
Skor Hasil Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

<i>KEMAMPUAN</i>	<i>RERATA TOTAL</i>	<i>PERSENTASE (%)</i>
<i>PENALARAN</i>	2,29	57,14
<i>KOMUNIKASI</i>	0,86	21,43
<i>PEMECAHAN MASALAH</i>	2,36	59,09

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram batang sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.7 di atas bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis lebih tinggi dibandingkan dengan rerata skor kemampuan matematis yang lain. Rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis sebesar 2,36 (59,09%) sedangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis berturut-turut sebesar 2,29 (57,14%) dan 0,86 (21,43%).

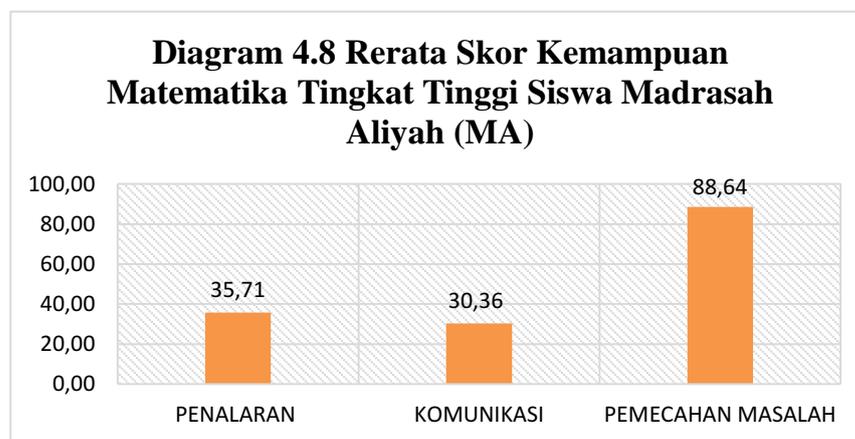
d. Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Madrasah Aliyah (MA)

Dari hasil kemampuan matematik yaitu penalaran, komunikasi dan pemecahan masalah matematik untuk siswa Madrasah Aliyah (MA) disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 4.8
Rerata Skor Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi
Siswa Madrasah Aliyah (MA)

<i>KEMAMPUAN</i>	<i>RERATA PERSENTASE</i>	
	<i>TOTAL</i>	<i>%</i>
<i>PENALARAN</i>	1,43	35,71
<i>KOMUNIKASI</i>	1,21	30,36
<i>PEMECAHAN MASALAH</i>	3,55	88,64

Data hasil kemampuan matematika tingkat tinggi siswa ini jika diubah kedalam diagram batang sebagaiberikut :



Berdasarkan Tabel 4.8 di atas bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis lebih tinggi dibandingkan dengan rerata skor kemampuan matematis yang lain. Rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis sebesar 3,55 (88,64%) sedangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis berturut-turut sebesar 1,43 (35,71%) dan 1,21 (30,36%).

B. Pembahasan Hasil Penelitian

1. Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa Madrasah di Indonesia

Langkah pertama yang dilakukan dalam pelaksanaan penelitian yaitu membuat instrumen tes kemampuan matematika tingkat tinggi yaitu kemampuan penalaran matematis, kemampuan komunikasi matematis dan pemecahan masalah matematis. Soal tes ini terdiri dari soal untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah, soal untuk Madrasah Tsanawiyah dan soal untuk siswa Madrasah Aliyah. Selanjutnya, untuk memastikan bahwa instrumen tes yang sudah disusun valid maka dilakukan uji validitas kepada para pakar. Setelah hasil tes diperoleh kemudian dilakukan penilaian berdasarkan rubrik penilaian yang telah dibuat lalu hasilnya dianalisis

secara deskriptif sehingga diperoleh informasi pemetaan kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa di Indonesia.

Dari hasil analisis penelitian menunjukkan bahwa persentase rerata skor kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa paling tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) yaitu sebesar 33,58% sedangkan untuk siswa madrasah tsanawiyah tidak terlalu jauh berbeda hanya selisih 0,8% yaitu untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebesar 43,00% dan siswa Madrasah Aliyah (MA) sebesar 42,28%.

Ada beberapa hal yang menyebabkan hal ini terjadi di antaranya adalah jumlah peserta atau sampel pada jenjang Madrasah Ibtidaiyah (MI) lebih sedikit dibandingkan dengan jumlah peserta untuk tingkat Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan Madrasah Aliyah (MA). Hanya 7 wilayah yang menjadi sampel kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) dimana diantara peserta-pesertanya berasal dari sekolah-sekolah yang cukup bagus atau unggulan, seperti dari wilayah DI Yogyakarta, Jawa Barat, Banten dan DKI Jakarta. Sebagai contoh dari wilayah Jawa Barat yang menjadi salah satu pesertanya adalah berasal dari SD Islam Al-Azhar 12 Cikarang dimana siswa ini yang mendapatkan skor tertinggi yaitu 68 dari skor maksimum 100, kemudian siswa dari SDIT Daarul Jannah Bogor mendapatkan skor 56 dan lain sebagainya.

Dari hasil analisis penelitian secara umum baik siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI), siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan siswa Madrasah Aliyah (MA) menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis siswa lebih baik daripada kemampuan penalaran matematis dan kemampuan komunikasi matematis siswa. Hal ini dapat dilihat dari hasil perhitungan nilai rerata skor yaitu untuk kemampuan pemecahan masalah sebesar 2,27 (56,82%), kemampuan penalaran matematis sebesar 1,95 (48,81%), kemampuan komunikasi matematis sebesar 1,45 (36,31%).

Temuan kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi siswa pada setiap kemampuan matematis dideskripsikan sebagai berikut :

a. Kemampuan Penalaran Matematis

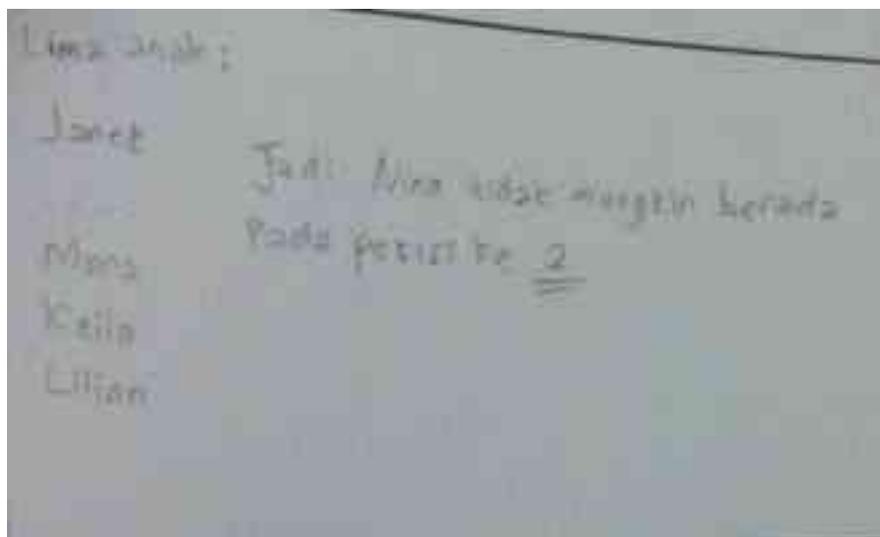
1) Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebesar 2,14 dari skala 4 atau mencapai 53,57%. Hal ini masih dibawah 60% yang berarti bahwa kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tentang kemampuan penalaran matematis untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI).

“Lima anak Janet, Keila, Lilian, Mona dan Nina sedang mengantri didepan loket pembelian tiket bioskop. Keila adalah anak kedua dibelakang Janet. Janet bukan anak kedua di dalam antrian tersebut. Lilian berada didepan Mona tapi belum tentu tepat didepannya. Maka Nina tidak mungkin berada pada posisi ke ...”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) untuk soal tentang kemampuan penalaran matematis.



Gambar 4.1

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) Terhadap Soal Kemampuan Penalaran Matematis

Gambar 4.1 di atas merupakan salah satu contoh dari jawaban siswa dalam menjawab soal berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis. Pada soal ini, masih banyak siswa menjawab salah, hal ini terlihat bahwa rerata skor masih dibawah 60%. Pada gambar 4.1 di atas merupakan salah satu jawaban siswa yang masih kurang tepat. Siswa menyimpulkan bahwa Nina tidak mungkin berada pada posisi yang ke-2 seperti pada jawaban di atas.

Ada beberapa kekeliruan dari jawaban di atas. Pertama, ketika menuliskan urutan kelima anak yang antri untuk menonton bioskop, siswa tersebut menempatkan 2 orang yaitu Mona dan Nina setelah Janet. Padahal dalam soal sudah jelas dikatakan bahwa Keila adalah anak kedua dibelakang Janet, jika melihat jawaban ini maka bukan Keila anak kedua dibelakang Janet tetapi Mona. Ini merupakan kesalahan yang dilakukan sehingga jawaban ini menjadi salah. Kemudian kekeliruan yang kedua adalah menuliskan bahwa Lilian berada dibelakang Mona, padahal dalam soal sudah jelas dituliskan bahwa Lilian berada didepan Mona tapi belum tentu tepat didepannya.

Kekeliruan-kekeliruan seperti inilah yang membuat jawaban di atas menjadi kurang tepat dan ini dialami oleh cukup banyak siswa yang menjadi sampel penelitian. Bahkan tidak sedikit siswa yang tidak menjawab sama sekali soal tersebut.

2) Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebesar 2,29 dari skala 4 atau mencapai 57,14%. Hal ini masih dibawah 60% yang berarti bahwa kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan penalaran matematis untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs).

“Apakah ada bilangan asli k sehingga $k^2 + 5k + 1$ habis dibagi oleh 49? Jelaskan!”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) untuk soal tentang kemampuan penalaran matematis.

$k^2 + 5k + 1 \text{ habis dibagi } 49$
 pengujian:
 $k^2 + 5k + 1$
 untuk:
 $k = 1 \rightarrow 1^2 + 5 \cdot 1 + 1 = 7$
 $k = 2 \rightarrow 2^2 + 5 \cdot 2 + 1 = 15$
 $k = 3 \rightarrow 3^2 + 5 \cdot 3 + 1 = 25$
 $k = 4 \rightarrow 4^2 + 5 \cdot 4 + 1 = 37$
 $k = 5 \rightarrow 5^2 + 5 \cdot 5 + 1 = 51$
 Jawab: tidak ada bilangan asli k yang memenuhi.

Gambar 4.2

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) Terhadap Soal Kemampuan Penalaran Matematis

Gambar 4.2 di atas merupakan salah satu contoh dari jawaban siswa dalam menjawab soal berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis dan secara umum masih banyak siswa menjawab salah. Gambar di atas merupakan salah satu jawaban siswa dimana siswa menyimpulkan dengan benar bahwa tidak ada nilai k yang memenuhi persamaan $k^2 + 5k + 1$ agar habis dibagi oleh 49. Namun jika dilihat bagaimana cara siswa menyimpulkan hal tersebut maka cara yang digunakan kurang tepat. Siswa menyimpulkan bahwa tidak ada nilai k yang memenuhi persamaan $k^2 + 5k + 1$ agar habis dibagi oleh 49 dengan cara mencoba-coba mengganti nilai k dengan bilangan paling kecil da seterusnya. Hal ini agak sulit untuk diyakini bahwa itu akan berlaku secara umum.

Cara yang lebih tepat bahwa tidak ada nilai k yang memenuhi persamaan $k^2 + 5k + 1$ agar habis dibagi oleh 49 adalah dengan cara bahwa $k^2 + 5k + 1 = k^2 - 4 + 5k + 5 = (k + 2)(k - 2) + 5(k + 1)$. Supaya $k^2 + 5k + 1$ habis dibagi 49, maka salah satu dari pasangan $(k + 2)$ dengan $(k + 1)$ atau $(k - 2)$ dengan $(k + 1)$ merupakan kelipatan 49. Misalkan $k + 1 = 49$, maka $k + 2 = 50$ dan $k - 2 = 46$. Sehingga, tidak mungkin ada nilai k yang memenuhi. Berarti, tidak ada nilai k yang memenuhi persamaan $k^2 + 5k + 1$ agar habis dibagi oleh 49.

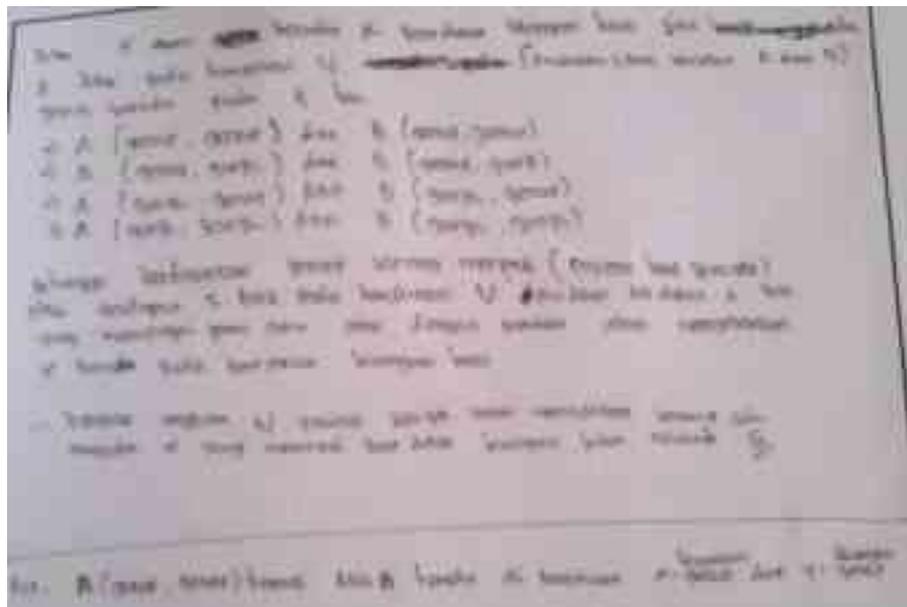
3) Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Madrasah Aliyah (MA)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Aliyah (MA) sebesar 1,43 dari skala 4 atau mencapai 35,71%. Hal ini masih dibawah 60% yang berarti bahwa kemampuan penalaran matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soalantang kemampuan penalaran matematis untuk siswa Madrasah Aliyah (MA).

“Misalkan V adalah himpunan titik-titik pada bidang dengan koordinat bilangan bulat positif dan X adalah himpunan titik tengah dari semua pasangan titik pada himpunan V . Untuk memastikan bahwa ada anggota X yang juga memiliki koordinat bilangan bulat, banyak anggota V paling sedikit harus...”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Aliyah (MA) untuk soal tentang kemampuan penalaran matematis.



Gambar 4.3

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Aliyah (MA) Terhadap Soal Kemampuan Penalaran Matematis

Gambar 4.3 di atas merupakan salah satu contoh dari jawaban siswa dalam menjawab soal berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis dan secara umum masih banyak siswa menjawab salah. Gambar di atas merupakan salah satu jawaban siswa yang menjawab benar. Dari jawaban di atas terlihat bahwa siswa menyelesaikan soal tersebut dengan menggunakan Prinsip Sarang Merpati (*Pigeon Hole Principle*) yang berbunyi “Jika $n+1$ atau lebih objek ditempatkan di dalam n buah kotak, maka paling sedikit terdapat satu kotak yang berisi dua atau lebih objek”. Dengan menggunakan prinsip ini maka diperoleh bahwa terdapat sekurang-kurangnya $n+1$ yaitu $4+1=5$ buah titik pada bidang sehingga anggota himpunan V paling sedikit harus 5.

b. Kemampuan Komunikasi Matematis

1) Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebesar

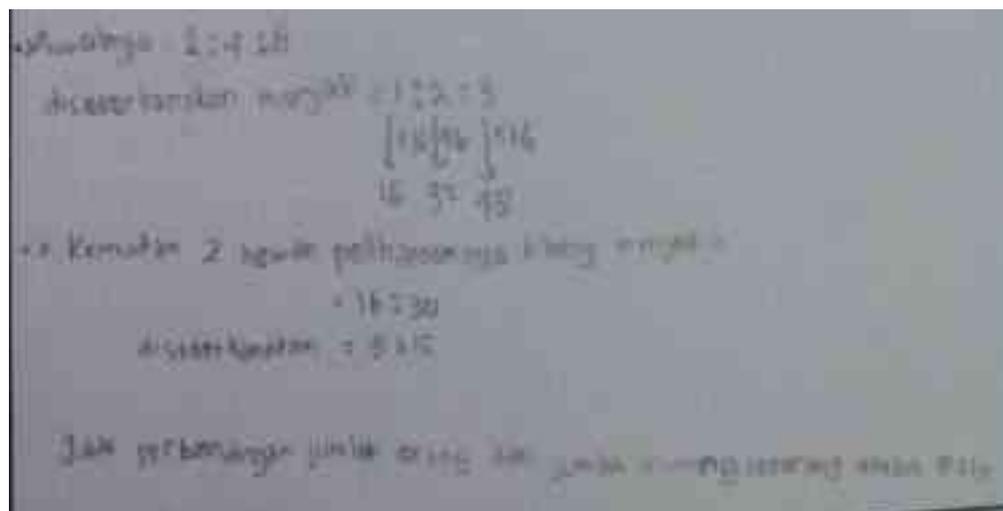
2,29 dari skala 4 atau mencapai 57,14%. Hal ini masih dibawah 60% yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI).

“Andi sedang berjalan-jalan di Taman, kemudian dia melihat banyak orang yang membawa satu hewan peliharaan mereka masing-masing, yaitu kucing. Pada awalnya jumlah kaki orang dan hewan peliharaan tersebut adalah 48, akan tetapi 2 orang kehilangan hewan peliharaannya.

Tentukan perbandingan jumlah orang dengan jumlah kucing sekarang!”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) untuk soal tentang kemampuan komunikasi matematis.



Gambar 4.4

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) Terhadap Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

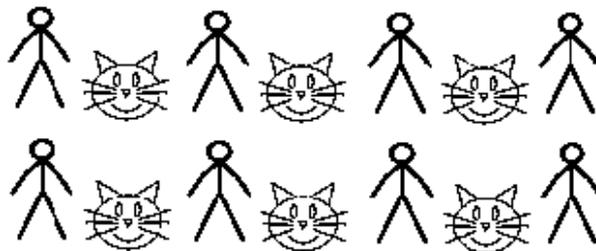
Dari jawaban siswa di atas terlihat bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menjawab soal tersebut dengan kata lain siswa tidak mampu melakukan komunikasi secara matematis yaitu mengubah soal cerita ke dalam bentuk perbandingan yang tepat. Siswa sudah membuat perbandingan yang salah daari awal yaitu 2 : 4 : 6. Mungkin perbandingan ini muncul atas dasar

pemikiran perbandingan antara manusia berbanding kaki manusia berbanding jumlah seluruh kaki. Ini perbandingan yang keliru dimana siswa gagal dalam memahami soal atau melakukan komunikasi matematis. Seharusnya siswa melakukan komunikasi matematis sebagai berikut :

$2 + 4 = 6$ kaki , Jumlah kaki seluruhnya 48, maka $48 : 6 = 8$ orang, artinya ada 8 orang yang membawa kucing.



Kemudian 2 orang kehilangan kucing, jadi tinggal 6 orang yang membawa kucing. Berarti terdapat 8 orang dan 6 kucing



Jadi, perbandingan jumlah orang dengan jumlah kucing adalah $8 : 6 = 4 : 3$

2) Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebesar 0,86 dari skala 4 atau mencapai 21,43%. Hal ini masih dibawah 50% yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) masih sangat rendah.

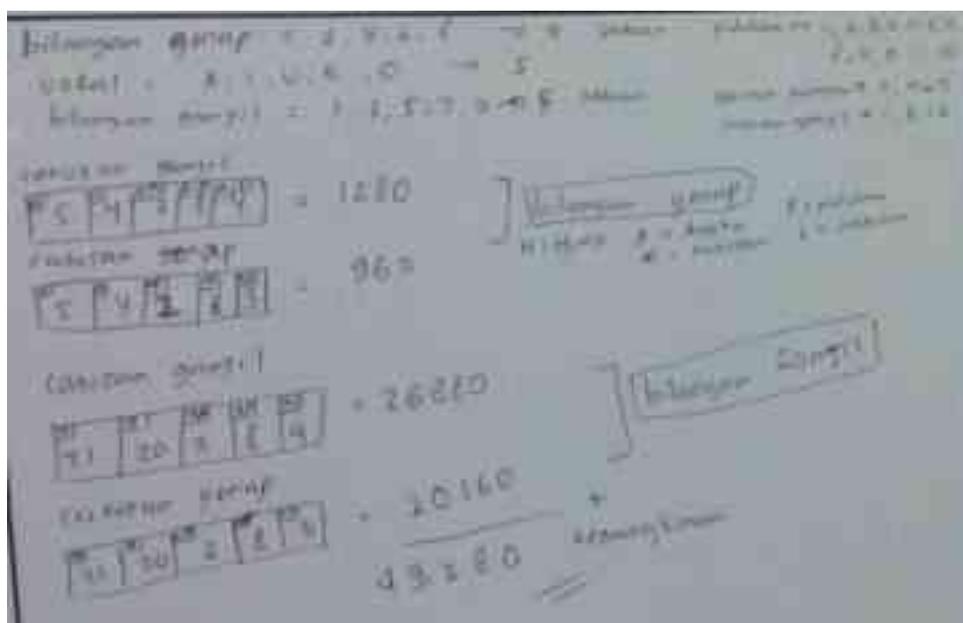
Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs).

“Sebuah kode rahasia terdiri dari dua huruf yang selalu berdampingan dan satu bilangan lebih dari 100 dan kurang dari 500. Aturan yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

- Semua angka dan huruf harus saling berbeda
- Jika tiga angka membentuk bilangan genap maka huruf yang dipilih adalah vocal sebaliknya jika ganjil maka konsonan

Berapakah banyak kode rahasia yang mungkin dibuat?”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) untuk soal tentang kemampuan komunikasi matematis.



Gambar 4.5

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) Terhadap Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

Untuk menjawab soal di atas maka ada dua kemungkinan pola yang bisa dibentuk yaitu $abcpq$ atau $pqabc$. Dari jawaban siswa di atas terlihat siswa menggunakan pola $abcpq$. Dalam menentukan kemungkinan-kemungkinan abc siswa sudah melakukan dengan benar dimana untuk bilangan genap kemungkinan abc yaitu $5 \times 4 \times 2$ dan untuk bilangan ganjil kemungkinan abc

yaitu $21 \times 20 \times 2$. Namun yang menjadi kurang tepat jawaban ini adalah siswa menentukan kemungkinan untuk p dan q. Pada dua kemungkinan pola yang terbentuk baik bilangan genap dan ganjil siswa menentukan p sebanyak 8, sedangkan pada bilangan ganjil, q sebanyak 4 dan pada bilangan genap q sebanyak 3.

Hal pertama yang harus dilakukan siswa ketika menjawab soal ini adalah memisalkan huruf pertama dengan p dan huruf kedua dengan q, satu bilangannya: abc, karena tidak boleh sama dan ada aturan genap ganjil maka ada dua kemungkinan untuk kode pqabc atau abcpq, yaitu:

- Kemungkinan 1:

Jika tiga angka membentuk bilangan genap maka kedua huruf yang dipilih adalah vocal, dimana huruf vocal sebanyak 5 huruf (a.i.u.e.o). Banyak huruf yang mungkin pada p ada 5, untuk q ada 4 (karena pq harus berbeda). Untuk banyak angka genap pada c yang mungkin ada 5 (0, 2, 4, 6,8) dan bilangan untuk a sebanyak 2 (1,3) (karena bilangan antara 100-500). serta banyak bilangan b adalah (5,7,9) karena nilai 1,2,3,4 sudah digunakan pada a, maka jumlah b menjadi 3 sehingga banyak kode yang mungkin adalah $pqabc=5 \times 4 \times 2 \times 3 \times 5=600$

- Kemungkinan 2:

Jika tiga angka membentuk bilangan ganjil maka kedua huruf yang dipilih adalah konsonan, dimana huruf konsonan sebanyak 21. Banyak huruf yang mungkin pada p adalah 21, maka pada q adalah 20, banyak angka ganjil untuk c adalah sebanyak 5 (1,3,5,7,9) pada a sebanyak 2 (2,4) serta banyak bilangan b adalah 3 (0,6,8) sehingga banyak kode yang mungkin pada kondisi ini adalah: $pqabc=21 \times 20 \times 2 \times 3 \times 5=12600$

Berdasarkan kemungkinan 1 dan 2, dapat diambil kesimpulan bahwa banyak kode rahasia yang mungkin dapat dibuat adalah sebanyak $600+12600=13200$, karena pqabc atau abcpq maka dikalikan 2 sehingga banyaknya kode rahasia yang mungkin dibuat adalah $13200 \times 2=26400$ kode.

3) Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Madrasah Aliyah (MA)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Aliyah (MA) sebesar 1,21 dari skala 4 atau mencapai 30,36%. Hal ini masih dibawah 50% yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Aliyah (MA) masih sangat rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Aliyah (MA).

“Wati, Iwan dan Budi memulai perjalanan sejauh 100 km. Wati dan Iwan pergi menggunakan sepeda motor dengan kecepatan rata – rata 25 km/jam, sedangkan Budi berjalan dengan kecepatan rata-rata 5 km/jam. Setelah jarak tertentu Iwan turun dari sepeda motor dan mulai berjalan dengan kecepatan rata-rata 5 km/jam, sedangkan Wati kembali lagi untuk menjemput Budi. Kemudian mereka berdua sampai ke tempat tujuan tepat bersamaan dengan datangnya Iwan di tempat tersebut. Berapa lama perjalanan Wati, Iwan dan Budi untuk sampai di tempat tujuan (dalam jam)?”

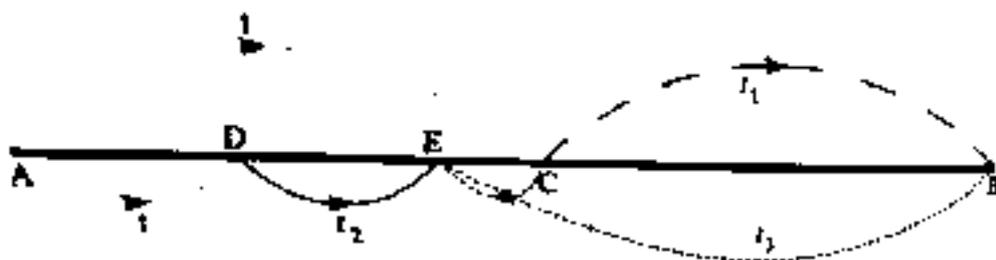
Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Aliyah (MA) untuk soal tentang kemampuan komunikasi matematis.

$x + y = 100$
 $x = 100 - y$
 $5t = 100 - 5t$
 $10t = 100$
 $t = 10$

Gambar 4.6

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Aliyah (MA) Terhadap Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

Jika di lihat dari jawaban siswa di atas maka kesalahan yang dilakukan siswa adalah bagaimana mengubah bentuk cerita yang ada menjadi sebuah model yang tepat. Artinya siswa kesulitan dalam melakukan komunikasi matematis. Sebaiknya siswa ketika mengerjakan soal seperti ini dimulai dengan ilustrasi gambar sehingga maksud dari soal tersebut mudah difahami, misalnya dengan mengilustrasikan seperti ini



setelah dibuat ilustrasi seperti di atas maka kemudian yang harus dilakukan adalah membuat model matematis dengan memisalkan setelah t jam Iwan dan Wati sampai di C, dan Budi tiba di D.

$$25t + 5t_1 = 100 \rightarrow 5t + t_1 = 20 \dots\dots\dots (1)$$

$$5t + 5t_2 + 25t_2 = AC = 25t \rightarrow 30t_2 = 20t \rightarrow t_2 = \frac{2}{3}t \dots\dots\dots (2)$$

Waktu yang diperlukan Wati dari C ke E dan B, sama dengan waktu yang diperlukan Iwan dari C ke B, sehingga

$$t_2 + t_3 = t_1 \dots\dots\dots(3)$$

Perjalanan Budi dari A ke B adalah

$$5t + 5t_2 + 25t_3 = 100 \rightarrow t + t_2 + 5t_3 = 20 \dots\dots\dots(4)$$

Dari (2) dan (4) didapat

$$\frac{5}{3}t + 5t_3 = 20 \dots\dots\dots(5)$$

Dari (1), (2) dan (3) didapat

$$\frac{17}{3}t + t_3 = 20 \dots\dots\dots(6)$$

Kemudian dari (5) dan (6) didapat $t = 3$, akibatnya dari (1) didapat $t_1 = 5$

Jadi, waktu dari A ke B adalah $3 + 5 = 8$ jam

c. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis

1) Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebesar 0,91 dari skala 4 atau mencapai 22,73%. Hal ini masih dibawah 50% yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI).

“Tiga orang anak masing-masing memakan $\frac{1}{5}$ potong bolu pada hari Rabu. Jika anak ketiga memakan 2 kali lipat setiap pergantian hari, sedangkan anak kedua memakan bolu dengan porsi yang sama setiap harinya, serta anak pertama memakan bolu dengan tambahan $\frac{1}{3}$ porsi untuk keesokannya. Semua anak dapat menghabiskan lebih dari 10 potong bolu pada hari...”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) untuk soal tentang kemampuan komunikasi matematis.

...an minum dari 10 potong bolu pada hari (Selasa)

	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu	Minggu	Senin	Selasa
I	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{11}{15}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{15}$	$2\frac{1}{15}$	$2\frac{2}{5}$
II	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
III	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{5}$	$3\frac{1}{5}$	$6\frac{2}{5}$	$12\frac{4}{5}$
2)	$\frac{3}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{11}{15}$	3	$5\frac{2}{15}$	$8\frac{3}{5}$	$15\frac{2}{5}$

Jadi, semua anak dapat menghabiskan lebih dari 10 Potong bolu pada hari **Selasa**

Gambar 4.7

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) Terhadap Soal Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis

Terlihat dari gambar jawaban siswa di atas bahwa siswa sesungguhnya telah melakukan langkah yang benar dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematis di atas, namun kekeliruan siswa terletak pada pembuatan kesimpulan yang salah bahwa Semua anak dapat menghabiskan lebih dari 10 potong bolu pada hari Selasa. Mungkin siswa melihat pada hari selasa jumlah bolu yang dimakan sebanyak $5\frac{2}{15}$, dan ini merupakan jumlah yang sama pada hari minggu. Sehingga yang tepat jawabannya adalah hari Minggu bukan hari Selasa. Ini menunjukkan bahwa siswa kurang teliti dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematis. Mungkin sebaiknya siswa menyelesaikan soal tersebut dengan cara seperti ini :

$$\text{Hari Rabu} : \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

$$\text{Hari Kamis} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{5} + 2 \times \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}$$

$$\text{Hari Jumat : } \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{15}\right) + \frac{1}{5} + 2 \times \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{28}{15} = 1 \frac{13}{15}$$

$$\text{Hari Sabtu : } \left(\frac{1}{3} + \frac{13}{15}\right) + \frac{1}{5} + 2 \times \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{45}{15} = 3$$

$$\text{Hari Minggu : } \left(\frac{1}{3} + \frac{18}{15}\right) + \frac{1}{5} + 2 \times \left(\frac{8}{5}\right) = \frac{74}{15} = 5 \frac{2}{15}$$

Setiap hari anak pertama ditambah satu per tiga dan anak kedua tetap serta anak ketiga dua kali dari sebelumnya.

$$\text{Jumlah} = \frac{9}{15} + 1 \frac{2}{15} + 1 \frac{13}{15} + 3 + 5 = 11 \frac{11}{15}$$

Jadi, semua anak dapat menghabiskan lebih dari 10 potong bolu pada hari minggu.

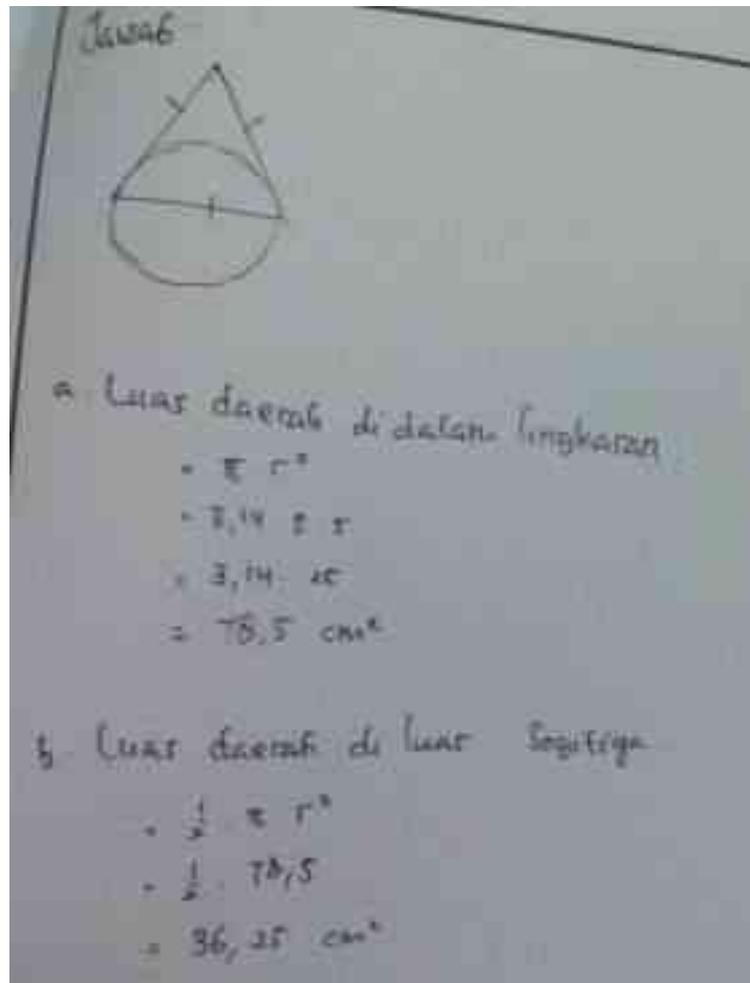
2) Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI) sebesar 2,36 dari skala 4 atau mencapai 59,09%. Hal ini masih dibawah 60% yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) masih relatif rendah.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soal tantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs).

“Diketahui segitiga sama sisi dengan panjang sisi 10 cm. Jika dibuat lingkaran yang berpusat di titik tengah salah satu sisi segitiga dengan jari-jari 5 cm, maka luas daerah di dalam lingkaran dan diluar segitiga adalah ...”

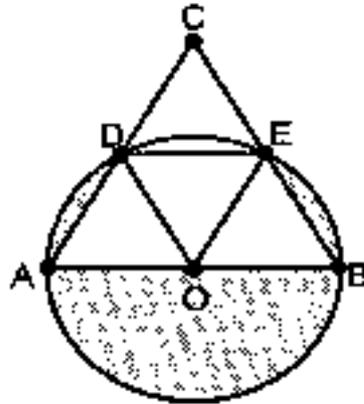
Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) untuk soal tentang kemampuan pemecahan masalah matematis.



Gambar 4.8

**Contoh Jawaban Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) Terhadap Soal
Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis**

Dari salah satu jawaban siswa di atas terlihat bahwa siswa mengilustrasikan soal tersebut dalam bentuk gambar tidak sempurna. Artinya siswa tidak memahami betul maksud dari soal tersebut. Seharusnya siswa mengilustrasikan soal tersebut dengan seperti ini :



Jika siswa sudah benar dalam mengilustrasikan soal ke dalam bentuk gambar maka kemungkinan besar siswa mampu menyelesaikan soal tersebut. Untuk menjawab soal seperti ini maka :

Luas arsiran = Luas daerah lingkaran – (Luas $\triangle AOD$ + Luas $\triangle BOE$ + Luas Juring DOE) karena $\triangle AOD = \triangle BOE$, maka

Luas arsiran = Luas daerah lingkaran – (2 x Luas $\triangle AOD$ + Luas Juring DOE)

Luas arsiran = $\pi r^2 - \left(2 \times \frac{1}{4} r^2 \sqrt{3} + \frac{1}{6} \pi r^2\right)$, (luas segitiga sama sisi dengan sisi r adalah $\frac{1}{4} r^2 \sqrt{3}$)

$$Luas\ arsiran = \pi r^2 - \frac{1}{6} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sqrt{3}$$

$$Luas\ arsiran = \frac{5}{6} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sqrt{3}$$

Dengan mensubstitusi $r = 5$ pada persamaan terakhir diperoleh :

$$Luas\ arsiran = \frac{5}{6} \pi \times 25 - \frac{1}{2} 25 \sqrt{3} = \frac{125}{6} \pi - \frac{25}{2} \sqrt{3} = \frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$$

Jadi luas daerah di dalam lingkaran dan di luar segitiga adalah $\frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

3) Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Madrasah Aliyah (MA)

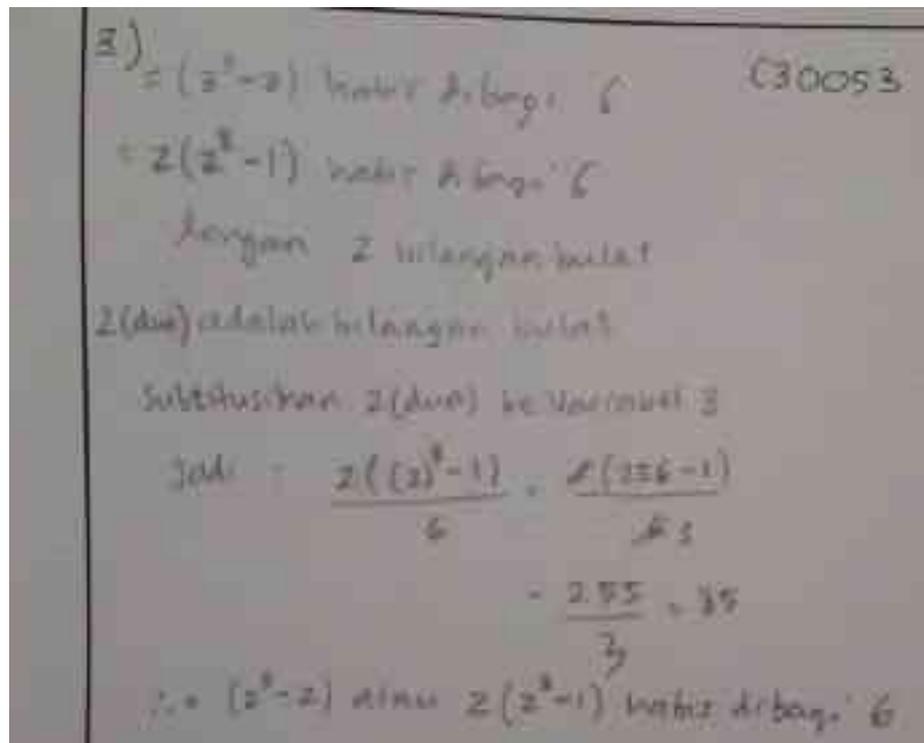
Berdasarkan hasil pengolahan data, diketahui bahwa rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis siswa Madrasah Aliyah (MA) sebesar 3,55 dari skala 4 atau mencapai 88,64%. Hal ini masih di atas 60%

yang berarti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa Madrasah Aliyah (MA) sudah cukup baik.

Sebagai gambaran umum berikut disajikan soalantang kemampuan komunikasi matematis untuk siswa Madrasah Aliyah (MA).

“Untuk semua z bilangan bulat, buktikan $(z^9 - z)$ habis dibagi 6”

Berikut disajikan contoh jawaban yang diberikan siswa Madrasah Aliyah (MA) untuk soal tentang kemampuan pemecahan masalah matematis.



Gambar 4.9

Contoh Jawaban Siswa Madrasah Aliyah (MA) Terhadap Soal Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis

Bisa di lihat dari jawaban di atas terlihat bahwa siswa menjawab soal di atas dengan kurang tepat. Kesimpulan yang diambil bahwa $(z^9 - z)$ habis dibagi 6 tidak memiliki penjelasan yang cukup. Alternatif jawaban yang benar sebagai berikut :

$$\begin{aligned} (z^9 - z) &= z(z^8 - 1) \\ &= z(z^4 - 1)(z^4 + 1) \\ &= z(z^2 - 1)(z^2 + 1)(z^4 + 1) \end{aligned}$$

$$= z(z - 1)(z + 1)(z^2 + 1)(z^4 + 1)$$

$$= (z - 1)z(z + 1)(z^2 + 1)(z^4 + 1)$$

Karena $(z - 1)z(z + 1)$ merupakan tiga bilangan berurutan, maka habis dibagi $3! = 6$ sehingga terbukti $(z^9 - z)$ habis dibagi 6

1. Desain Pembelajaran yang Mengembangkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa

Berdasarkan hasil temuan penelitian bahwa kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi secara keseluruhan dan berdasarkan kemampuan berada pada kategori rendah. Dengan melihat hasil yang diperoleh maka perlu adanya suatu upaya untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut, salah satunya dengan mendesain pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut.

Beberapa contoh pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa tersebut dan sudah teruji diantaranya:

a. Pembelajaran Tematik untuk Siswa Madrasah Ibtidaiyah (MI)

Contoh desain pembelajaran tematik dengan tema : “Indahnya Kebersamaan”.

1). Perhatikan ambar-gambar rumah adat berikut!



Rumah Adat Lontik



Rumah Adat Panjang



Rumah Adat Minang/Gadang

- a. Sebutkan ciri-ciri tiap rumah tersebut
- b. Sebutkan bagian-bagian rumah tersebut
- 2). Gambarlah satu rumah adat yang kalian pilih di bawah ini!
.....
- 3). Gambarlah Bagian-bagian dari gambar rumah adat yang kalian Gambar!
 - a. Pintu
.....
 - b. Jendela
.....
 - c. Atap Rumah
.....
 - d. Tangga Rumah

-
- 4). Tulislah nama bangun datar bagian-bagian rumah tersebut!
- Pintu : Bangun datar jumlah sudut ada
 - Jendela : Bangun datar, jumlah sudut ada
 - Atap Rumah: Bangun datar, jumlah sudut ada
 - Tangga : Bangun datar, jumlah sudut ada
- 5). Mari kita beri nama dan ukur masing-masing sudut pada gambar pintu, jendela, dan atap rumah!
- Pintu : sudut A = ..., sudut B = ..., sudut C = ..., sudut D = ..., sudut
 - Jendela : sudut A = sudut B = sudut C = sudut D = sudut
 - Atap: sudut A= ..., Sudut B = ..., sudut C = ..., sudut D = ..., sudut
 - Tangga : sudut A= ..., Sudut B = ..., sudut C = ..., sudut D = ... , sudut
6. Kelompokkan sudut-sudut tersebut sesuai besaran derajat sudutnya

No	Besar Sudut	Gambar simbol Sudut	Pintu	Jendela	Atap	Tangga	Nama Sudut
1.	90°						
2.	Kurang dari 90°						
3.	Lebih dari 90°						
4.						

7. Silahkan kalian pajang/tempel hasil pekerjaan kalian nomor 1-6 atau lembar 1 dan 2 di papan tulis sesuai kapling kelompoknya!
8. Silahkan masing-masing kelompok mencari perbedaan dan persamaan dari gambar rumah adat yang kalian dan kelompok lain bahas!
-

- a. Persamannya adalah
.....
- b. Perbedaannya adalah
.....
- c. Selain persamaan bentuk rumah adat persamaan apa lagi yang ada masing-masing daerah?
.....
- d. Mengapa tiap daerah memiliki kesamaan?
.....
- e. Bagaimana cara memanfaatkan persamaan itu?
.....
- f. Selain perbedaan bentuk rumah adata perbedaan apa lagi yang ada di masing-masing daerah?
.....
- g. Bagaimana cara menghargai perbedaan itu?
.....
- h. Sekarang tanya teman kelompokmu
- Kamu : Assalamu'alaikum
- Temanmu : Waalaikumussalam
- Kamu : Siapa namamu?
- Temanmu :
- Kamu : Dari mana asal daerahmu?
- Temanmu :
- Kamu : Apa nama rumah adatmu?
- Temanmu :
- Kamu : Aku berasal dari Rumah adatku bagian rumahku banyak yang bersudut tumpul, lancip, dan siku-siku. Bagaimana dengan rumah adat daerahmu?
- Temanmu :
- Kamu : Di daerahku penduduknya banyak yang bertani, berdagang, sopir, buruh pabrik, dan nelayan. Bagaimana pekerjaan penduduk daerahmu?

Temanmu:.....

Kamu : Kalau ayahku bekerja sebagai peagang dan ibuku guru MI Ad Diyanah. Mereka giat bekerja.

Temanmu : Bagaimana dengan ayah ibumu?

Kamu : Orang tuaku ulet mungkin karena mereka berasal dari, katanya orang itu rajin dan ulet. Kalau orang tua kita giat bekerja setuju tidak kalau kita harus giat belajar?

Temanmu.....

Kamu : Rumah adat daerah kita , pekerjaan penduduknya, dan pekerjaan orangtua kita banyak memiliki persamaan dan perbedaan. Seperti bagian rumah kita ada yang bersudut lancip, tumpul, dan siku-siku walaupun bentuk bagian-bagian rumahnya berbeda. Mengapa Tuhan membuat kita banyak persamaan dan peberbedaan, ya?

Temanmu :

Kamu : Selain rumah adat , pekerjaan penduduk apa lagi ciri khas daerahmu?

Temanmu :

Kamu : Apakah kamu bangga dengan daerahmu

Temanmu :

Kamu : Selain kebudayaan daerahmu , budaya daerah mana lagi yang kamu tahu, sebutkan dan beri contoh!

Temanmu :

Kamu : Bagaimana cara kamu menghargai temanmu yang berbeda daerah dan budaya itu?

Temanmu :

Kamu : Kita ini berbeda daerah, adat, dan kebiasaan, jika kita berbeda pendapat bagaimana caranya agar kita satu pendapat?

Temanmu :

Kamu : Kita patut bersyukur kepada Tuhan karena kita ini dikaruniai berbagai rumah adat, budaya, agama, suku, makanan dan lain-lain. Kalau aku mensyukuri karu nia ini dengan rajin beribadah, kalau kamu bagaimana?

b. Pendekatan Pemecahan Masalah untuk Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs)

Langkah-langkah pembelajaran adalah sebagai berikut:

1) Pendahuluan

Guru memberikan pendahuluan tentang materi yang akan dibahas pada kesebangunan dua bangun datar serta memberi penjelasan tentang manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari.

2) Pengembangan

- a. Guru memberikan permasalahan yang berkaitan dengan materi yang akan diajarkan melalui penyajian soal problem solving.
- b. Siswa diberi kesempatan untuk menyelesaikan permasalahan yang ada secara individual maupun kelompok.
- c. Guru berkeliling untuk memeriksa pekerjaan siswa sambil mengajukan pertanyaan terhadap respon yang diberikan siswa.
- d. Melalui diskusi kelas guru membahas penyelesaian soal dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah untuk memberikan pemahaman tentang konsep materi yang diajarkan. Dalam diskusi tersebut guru mendorong siswa agar memberikan respon dan menyimpulkan inti materi/konsep yang sedang dipelajari.

Contoh masalah :

Sebuah taman berbentuk persegi panjang yang berukuran 60 m x 40 m. manakah diantara bangun-bangun yang disebutkan berikut yang sebangun dengan taman tersebut?

- a. Sehelai kertas yang berbentuk persegi panjang dengan ukuran 3 cm x 2 cm
- b. Ubin yang berbentuk persegi dengan ukuran 3 cm x 3 cm
- c. Lapangan berbentuk persegi panjang dengan ukuran 12m x 8m
- d. Buku tabungan yang berbentuk persegi panjang dengan ukuran 12 cm x 6 cm

Pembahasan:

Dari permasalahan ini siswa diharapkan memahami syarat-syarat dua bangun yang sebangun.

Langkah-langkah yang digunakan untuk menemukan jawaban:

- 1) Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal

Diketahui: panjang taman = 60 m, lebar taman = 40 m

Ditanyakan: mencari bangun yang sebangun dengan taman.

- 2) Menyusun rencana penyelesaian (jika memungkinkan buat model matematikanya), yaitu menyamakan satuan setiap ukuran, kemudian cari skalanya/perbandingan ukurannya. Satuan pada semua bangun yang ada diubah ke dalam satuan yang sama.
- 3) Melakukan perhitungan sesuai dengan rencana yang telah di susun.

Panjang taman = 60 m = (60 x 100) cm = 6.000 cm

Lebar taman = 40 m = (40 x 100) cm = 4.000 cm

- a. sehelai kertas dengan panjang = 3 cm, lebar = 2 cm, maka perbandingan panjang kertas dengan taman = $3\text{cm} : 6.000\text{ cm} = 1 : 2000$, perbandingan lebar kertas dengan taman = $2\text{ cm} : 4.000\text{ cm} = 1 : 2000$. Karena sisi-sisi yang bersesuaiannya mempunyai perbandingan yang sama, juga sudut-sudut yang bersesuaiannya sama besar yaitu 90^0 , maka kedua bangun tersebut sebangun.
- b. ubin dengan panjang = 3 cm, lebar = 3 cm, maka perbandingan panjang ubin dengan taman = $3\text{cm} : 6.000\text{cm} = 1 : 2000$, perbandingan lebar ubin dengan taman = $3\text{ cm} : 4.000\text{ cm} = 1 : 1333,3$. Karena sisi-sisi yang bersesuaiannya tidak mempunyai perbandingan yang sama, walaupun sudut-sudut yang bersesuaiannya sama besar yaitu 90^0 , maka kedua bangun tersebut tidak sebangun.
- c. lapangan dengan panjang = 12 m, lebar = 8 m, maka perbandingan panjang lapangan dengan taman = $12\text{m} : 6\text{m} = 1 : 5$, perbandingan lebar lapangan dengan taman = $8\text{ m} : 40\text{ m} = 1 : 5$. Karena sisi-sisi yang bersesuaiannya mempunyai perbandingan yang sama, juga sudut-sudut

yang bersesuaiannya sama besar yaitu 90^0 , maka kedua bangun tersebut sebangun.

- d. buku dengan panjang = 12 cm, lebar = 6 cm, maka perbandingan panjang buku dengan taman = $12 \text{ cm} : 6.000 \text{ cm} = 1 : 500$, perbandingan lebar buku dengan taman = $6 \text{ cm} : 4.000 \text{ cm} = 1 : 666,7$. Karena sisi-sisi yang bersesuaiannya tidak mempunyai perbandingan yang sama, walaupun sudut-sudut yang bersesuaiannya sama besar yaitu 90^0 , maka kedua bangun tersebut tidak sebangun.
- 4) Memeriksa hasil perhitungan dengan cara mengevaluasi langkah-langkah penyelesaian secara keseluruhan atau dengan cara mencari alternatif penyelesaian yang lain, misalnya:

Tanyakan kepada siswa, apakah ada cara lain untuk menyelesaikan soal tersebut?

Jawaban siswa: ada, yaitu dengan cara membuat tabel seperti berikut:

Diketahui panjang taman = 60 m = 6000 cm, lebar taman = 40 m = 4000 cm.

Buat tabel perbandingan hanya untuk sisi-sisi yang bersesuaian, karena sudut-sudut yang bersesuaiannya sudah pasti sama besar yaitu 90^0

Benda/Bangun	Perbandingan dengan Taman		Keterangan
	Panjang	Lebar	
Kertas	3cm : 6.000cm atau 1 : 2000	2cm : 4.000cm atau 1 : 2000	Sebangun
Ubin	3cm : 6.000cm atau 1 : 2000	3cm : 4.000cm atau 1 : 1333,3	Tidak Sebangun
Lapangan	12m : 6m atau 1 : 5	8m : 40m atau 1 : 5	Sebangun
Buku	12cm: 6.000cm atau 1 : 500	6cm : 4.000cm atau 1 : 666,7	Tidak Sebangun

Tanyakan lagi kepada siswa: apakah kesimpulanmu dari hasil jawaban atas masalah yang diberikan?

Jawaban siswa: kesimpulannya bahwa tidak semua bangun yang berbentuk sama adalah sebangun. Contohnya persegi panjang

Kemudian guru bertanya lagi kepada siswa: bagaimana dengan persegi? Apakah setiap persegi pasti sebangun?

Jawaban siswa: setiap dua persegi pasti sebangun karena masing-masing pasangan sisi yang bersesuaiannya pasti mempunyai perbandingan yang sama.

3) Penerapan

Melalui LKS, guru memberikan soal-soal Problem Solving lain yang berkaitan dengan materi yang diajarkan dan membimbing siswa untuk menyelesaikannya dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah.

4) Penutup

- a. Guru mengingatkan kembali tentang inti materi yang diajarkan dengan cara meminta siswa membuat rangkumannya.
- b. Guru memberikan latihan soal untuk dikerjakan di rumah (PR).
- c. Guru memberikan informasi tentang materi yang akan diajarkan pada pertemuan berikutnya.

c. Pembelajaran Metakognitif untuk Siswa Madrasah Aliyah (MA)

Berikut contoh desain pembelajaran menggunakan pembelajaran Metakognitif untuk siswa Madrasah Aliyah (MA)

Apa itu fungsi?

Bayangkanlah suatu fungsi sebagai suatu senapan. Fungsi ini mengambil amunisi dari suatu himpunan yang dinamakan *daerah asal*, kemudian fungsi menembakkannya pada suatu himpunan sasaran. Setiap peluru mengenai sebuah titik sasaran tunggal, tapi dapat terjadi bahwa beberapa peluru mendarat pada titik yang sama. Itu adalah perumpamaan sederhana mengenai fungsi.

Dengan mengetahui dan memahami materi fungsi, maka kalian akan lebih mudah menggunakannya untuk memecahkan masalah yang kalian hadapi sehari-hari. Agar kalian dapat memahami konsep fungsi pada pembelajaran kali ini, berikut adalah indikator ketercapaian kompetensi yang akan dituju:

- Membedakan relasi yang merupakan fungsi dan yang bukan fungsi
- Menentukan daerah asal (domain), daerah kawan (kodomain), dan daerah hasil (range) dari fungsi.
- Mengidentifikasi jenis serta sifat fungsi
- Mengidentifikasi fungsi aljabar sederhana dan fungsi kuadrat

Fungsi atau Pemetaan

Ingatkah kalian dengan materi relasi yang pernah kalian dapatkan sewaktu SMP?

Perhatikan situasi berikut ini!

Situasi 1

Pada sebuah pertemuan keluarga, diperkenalkan pasangan anak dengan ayahnya.

Sandi, Ani anak dari Bapak Emir, Fuad anak dari Bapak Ahmad, Billi dan Bintang anak dari Bapak Anwar, dan Dina anak dari Bapak Ramli.



Dari situasi di atas

Kelompok anak dapat dituliskan menjadi himpunan

$$A = \{\text{Sandi, Ani, Fuad, Billi, Bintang, Dina}\}$$

Kelompok ayah dapat dituliskan menjadi himpunan

$$B = \{\text{Bpk Emir, Bpk Ahmad, Bpk Anwar, Bpk Ramli}\}$$

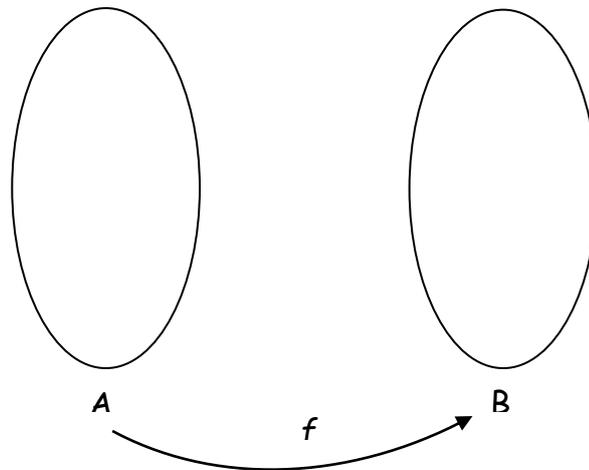
Apakah setiap anak memiliki **hanya satu** ayah? Jelaskan!

Jawab:

Hubungan apa yang terbentuk antara dua kelompok pada situasi 1? Disebut apakah hubungan seperti itu? Jelaskan!

Jawab:

Coba Kamu tunjukkan hubungan pada situasi 1 dengan menggunakan diagram panah berikut!



Bentuk hubungan di atas yang memasangkan **setiap**anak tepat pada **satu ayah**disebut relasi yang berupa *fungsi* atau *pemetaan*.

- Misalkan terdapat Bapak Ridwan di dalam kelompok ayah dan anaknya tidak datang, relasi tersebut tetap dinamakan *fungsi* atau *pemetaan*

Bagaimanakah jika sekarang kita balik hubungan relasi pada situasi 1, kita beri nama relasinya adalah “**ayah dari**”, maka pemetaannya menjadi $f : \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$ dibaca **memetakan B ke A**, pemetaan **dari himpunan ayah ke himpunan anak**.

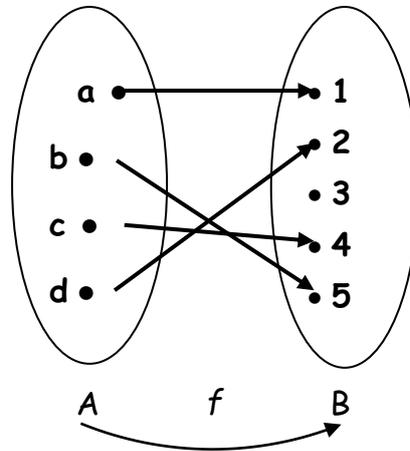
Apakah masih dinamakan relasi yang berupa fungsi? Mengapa demikian? Coba Jelaskan!

Jawab:.....

Berikan contoh lain dari relasi yang merupakan **fungsi**! Gambarkanlah diagram panahnya! Kemudian berikan contoh relasi yang **bukan fungsi**! Gambarkanlah diagram panahnya.

Domain, Kodomain, Range

Sekarang apabila diberikan diagram panah relasi seperti di samping!



Apakah relasi di atas merupakan fungsi? Jika tidak apa alasanmu?

Jawab:

Relasi di samping mengarah dari himpunan A ke himpunan B, maka himpunan A disebut *daerah asal* atau **domain**. Himpunan B yang menjadi tujuan disebut *daerah kawan* atau **kodomain**. Dari relasi yang merupakan fungsi tersebut, terdapat daerah hasil atau **range**, yaitu anggota himpunan B yang menjadi pasangan anggota himpunan A

Coba Kamu tuliskan daerah asal (domain), daerah kawan (kodomain), dan daerah hasil (range) pada diagram panah di atas!

.....
Perhatikan situasi 2 di samping!

Situasi 2

Terdapat suatu fungsi yang didefinisikan $f: x \rightarrow 2x^2 + x$ dengan daerah asal atau domain $\{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \in B\}$

Coba Kamu tuliskan unsur-unsur yang terdapat pada situasi 2!

Jawab:

Sebutkanlah anggota daerah asal pada situasi 2!

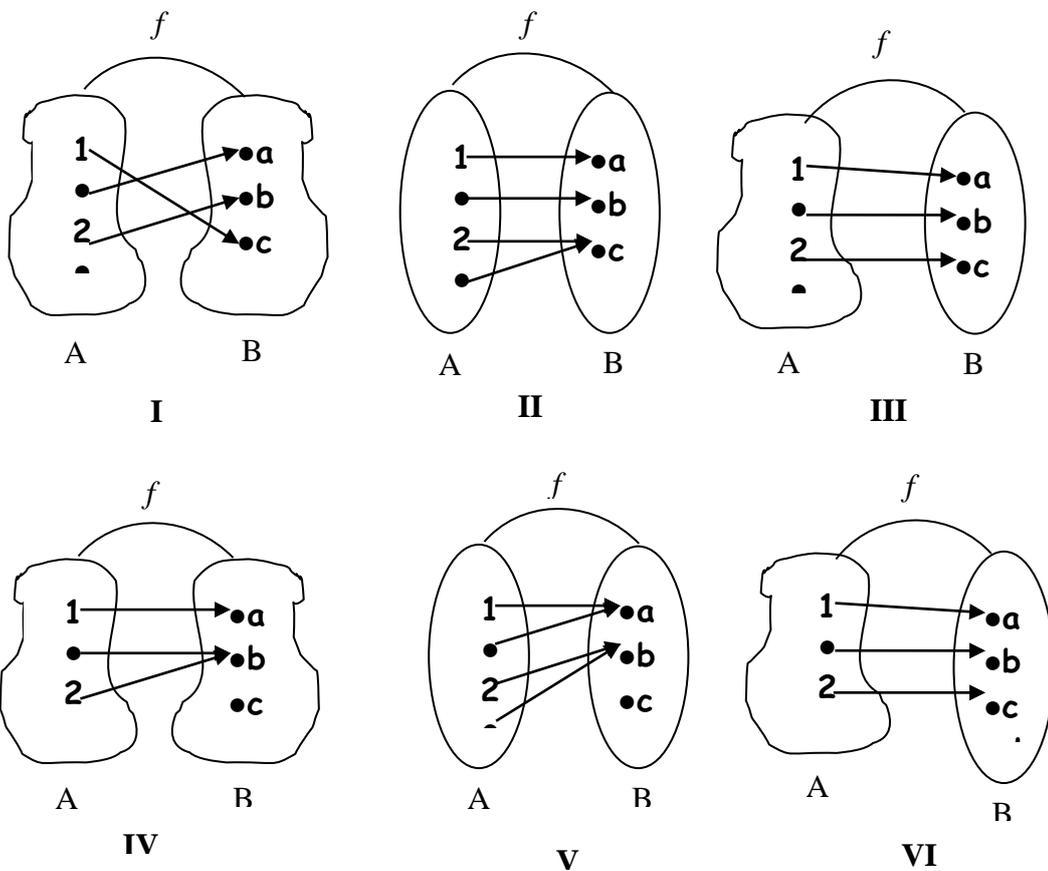
Jawab:

Menurut Kamu sudah cukupkah data yang diketahui untuk dapat menentukan daerah hasil fungsi pada situasi 2? Jika sudah, jelaskan! Jika belum, carilah kekurangannya!

Jawab:

Berdasarkan apa yang telah Kamu ketahui, tentukanlah daerah hasil fungsi pada situasi 2!

Jawab:



Berdasarkan apa yang telah Kamu pahami, sekarang coba jelaskan apa yang dimaksud dengan relasi yang merupakan fungsi, dan bagaimana membedakannya dengan relasi yang bukan fungsi!

Jawab :

- Jika wilayah hasil fungsi $f: A \rightarrow B$ adalah W_f sama dengan himpunan B atau $W_f = B$, keadaan ini dinamakan fungsi **Surjektif** atau fungsi **kepada B** .

- ii. Jika dan hanya jika untuk sebarang a_1 dan a_2 anggota himpunan A dengan $a_1 \neq a_2$ berlaku $f(a_1) \neq f(a_2)$, maka keadaan ini dinamakan fungsi **Injektif** atau **fungsi satu-satu**
- iii. Jika dan hanya jika pada fungsi $f: A \rightarrow B$ berlaku keadaan i dan ii, maka fungsi f dinamakan fungsi **Bijektif** atau **korespondensi satu-satu**

Pada **diagram panah I dan II**, terdapat himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ \quad , \quad , \quad \} \qquad B = \{ \quad , \quad , \quad \}$$

Ditentukan fungsi f dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut:

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(1, c), (\quad, \quad), (\quad, \quad)\} \quad (\text{diagram panah I})$$

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(\quad, \quad), (\quad, \quad), (\quad, \quad)\} \quad (\text{diagram panah II})$$

Pada diagram panah I fungsi f , tampak bahwa $f(1) = \dots, f(2) = \dots, f(3) = \dots$

Apakah $f(1) = f(2) = f(3)$? Apa yang dapat disimpulkan?

Jawab:

Pada diagram panah II fungsi f , tampak bahwa $f(1) = \dots, f(2) = \dots, f(3) = \dots$

Apakah $f(1) = f(2) = f(3)$? Apa yang dapat disimpulkan?

Jawab:

Pada diagram panah III dan IV, terdapat himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ \quad , \quad , \quad \} \qquad B = \{ \quad , \quad , \quad \}$$

Ditentukan fungsi-fungsi f dan g dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut:

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(1, a), (\quad, \quad), (\quad, \quad), (\quad, \quad)\} \quad (\text{diagram panah III})$$

$$f: A \rightarrow B \text{ dengan } f = \{(\quad, \quad), (\quad, \quad), (\quad, \quad), (\quad, \quad)\} \quad (\text{diagram panah IV})$$

Bagaimanakah daerah hasil pada diagram panah III? Apakah sama dengan himpunan B ?

Jawab:

Bagaimanakah daerah hasil pada diagram panah IV? Apakah sama dengan himpunan B ?

Jawab:

Berdasarkan keterangan di atas, apa yang dapat disimpulkan tentang diagram panah III dan IV?

Jawab:

Sekarang perhatikan diagram panah V dan VI!

Bagaimanakah wilayah hasil fungsi pada kedua diagram panah tersebut? Apa yang dapat Kamu simpulkan?

Jawab:

Fungsi aljabar sederhana dan fungsi kuadrat

Situasi 4

Diberikan beberapa fungsi seperti di bawah ini:

a	$f(x) = 5$
b	$f(x) = x$
c	$f(x) = 2x + 5$

Perhatikan situasi 4 di atas!

Keempat fungsi pada tabel merupakan fungsi aljabar sederhana yang mempunyai ciri khas pada sketsa grafiknya. **Fungsi a** dinamakan *fungsi konstan*, **fungsi b** dinamakan fungsi *Identitas* atau seringkali dituliskan sebagai $I(x) = x$ (I menyatakan identitas). **Fungsi c** dinamakan *fungsi linear* atau *fungsi berpangkat satu dalam variabel x*.

Berikan contoh lain dari fungsi konstan, dan fungsi linear!

Jawab :

Berdasarkan apa yang telah Kamu pahami, coba Kamu jelaskan apa yang dimaksud dengan fungsi konstan, fungsi identitas, dan fungsi linear?

Jawab:

Sekarang diberikan bentuk umum suatu fungsi yaitu $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan a, b, c anggota bilangan Riil dan $a \neq 0$. Bentuk umum fungsi di atas dinamakan fungsi kuadrat. Apa yang membedakannya dengan 3 fungsi pada situasi 4? Jelaskan!

Jawab:

Mengapa pada bentuk umum fungsi kuadrat di atas, a tidak boleh sama dengan nol (0)? Jelaskan!

Refleksi:

Setelah pembelajaran hari ini, apakah Kamu memahami semua uraian yang diberikan?

Jika masih ada yang belum dipahami, tulislah pertanyaanmu!

Diskusikan dengan teman atau guru, kemudian tuliskan hasil diskusinya!

Rangkuman:

Buatlah rangkuman mengenai materi yang telah Kamu pelajari hari ini!

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data, temuan, dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Kemampuan Berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah di Indonesia masih berada pada kategori rendah. Hal ini dapat dilihat dari persentase rata-rata skor kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa Madrasah Ibtidaiyah/MI sebesar 33,58%, Madrasah Tsanawiyah (MTs) sebesar 43,08%, dan Madrasah Aliyah/MA sebesar 42,28%. Hal ini didukung pula oleh persentase rata-rata skor kemampuanberpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah pada tiap aspek, yaitu kemampuan komunikasi matematik sebesar 36,31%, kemampuan penalaran matematik sebesar 48,81, dan kemampuan pemecahan masalah matematik sebesar 56,82%.
2. Berdasarkan hasil pemetaan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi siswa madrasah tersebut, maka perlu pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut. Pembelajaran yang didesain agar siswa dapat melakukan kegiatan matematika dan mengkonstruksi pemahamannya sendiri dengan bimbingan dan arahan guru. Pembelajaran yang dimaksud adalah pembelajaran yang berbasis konstruktivisme, diantaranya pembelajaran tematik, *problem solving*, metakognitif, realistik, dan sebagainya.

B. SARAN

Berdasarkan hasil-hasil yang diperoleh dalam penelitian ini, peneliti mengemukakan beberapa saran berikut.

1. Guru disarankan menggunakan pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi sebagai salah satu alternatif

pembelajaran matematika dimadrasah/sekolah. Pembelajaran yang terencana dan didesain agar dapat menggali semua potensi yang dimiliki oleh siswa, melakukan aktivitas matematika, dan menyusun pemahamannya sendiri. Untuk itu diperlukan bahan ajar yang disusun oleh guru yang dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi tersebut.

2. Pada penelitian ini hanya dikaji kemampuan berpikir tingkat tinggi yang diukur hanya terbatas pada kemampuan penalaran matematik, komunikasi matematik, dan pemecahan masalah matematik. Untuk itu disarankan pada penelitian lanjutan menggali lebih jauh pada aspek kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi yang lain.